

PREPARATION AU CAPES DE SCIENCES PHYSIQUES

OPTIQUE



SOMMAIRE 2010- 2011

1 . REFRACTION – LOIS DE SNELL ET DESCARTES

Prisme ; Optique atmosphérique ; Fibres optiques

Pages		Concours
1-2	Spectroscopie à prisme	Capes externe 94
3-5	Réfraction atmosphérique	Mines 2009
6-7	Pointé des astres	Capes blanc 06
8-11	Fibre	Capes externe 2001

2 . LENTILLES ET INSTRUMENTS

Conditions de Gauss et relations de conjugaison ; Aberrations sphériques et géométriques ; Méthodes de focométrie ; Instruments

Pages		Concours
12 -16	Miroirs et aberrations	Capes 2007
17- 22	Focométrie- aberrations- oculaires et objectifs achromatiques- lunette	Concours commun 2008
23	Lunette astronomique	Capes externe 96
24 - 28	Lunettes astronomique et de Galilée ; méthode de Fizeau	Capes externe 97
29- 32	Télescope et méthode de Fizeau	Capes 2002
33 - 35	Microscope	Capes 2005
36 - 41	Microscope	Capes 2008
42- 47	Télescope de Newton	Capes 2004
48- 51	Jumelles	Capes 2010

3. INTERFERENCES

Pages		Concours
51 - 60	Miroir sphérique - lunette - télescope Hubble – interférences - diffraction	Esam
61- 64	Interférences ; diffraction ; réseaux	Agreg interne 04

4. DIFFRACTION ET POUVOIR SEPARATEUR DES INSTRUMENTS

Pages		Concours
65 -67	Diffraction par une fente ; résolution d'une lunette	Capes 96
68	Pouvoir séparateur d'une lunette	Capes externe 91

5. SPECTROSCOPES A RESEAUX ET A PRISMES

Pages		Concours
69 - 70	Spectroscopie à prisme et à réseau	CAPESA 2003
71	Réseau échelle (réseau blazé)	Contrôle 98
72-75	Spectrophotomètre	Capes blanc 2010

PREMIÈRE PARTIE. — ÉTUDE DE QUELQUES PROPRIÉTÉS DU PRISME

Le document annexe (à rendre avec la copie) sera utilisé en réponse à la question A.5.b.

Dans l'ensemble de cette partie, les radiations seront caractérisées par leur longueur d'onde dans le vide. On considère un prisme constitué par une substance supposée non absorbante, homogène et isotrope, d'indice n ($n > 1$) pour une radiation de longueur d'onde λ . Le milieu extérieur, dans lequel est plongé ce prisme, est l'air dont l'indice sera pris égal à 1.

Le plan de la figure suivante (fig. 1) est un plan de section principale.

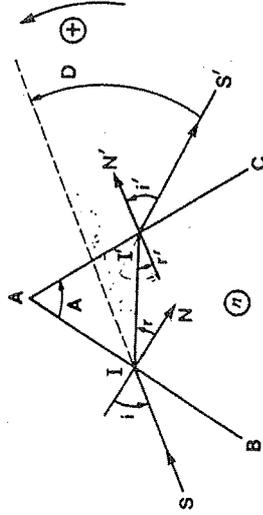


Figure 1

Les différents angles qui y interviennent sont comptés positivement dans le sens indiqué sur la figure et sont définis comme suit :

- $A = (\overline{AB}, \overline{AC})$: angle du prisme; on peut également l'exprimer par $A = (\overline{IN}, \overline{IN'})$;
- $i = (\overline{SI}, \overline{SI'})$;
- $r = (\overline{NI}, \overline{IT})$;
- $r' = (\overline{IT}, \overline{IN'})$;
- $i' = (\overline{S'N'}, \overline{IN'})$;
- $D = (\overline{SI}, \overline{S'I})$: angle de déviation.

A.1. Rappelez la définition d'un plan de section principale.

A.2. Formules du prisme.

A.2.a. Quelle est la relation qui lie l'angle i , l'angle r et l'indice n ? [relation (1)].
Même question avec les angles i' , r' et l'indice n [relation (2)].

A.2.b. Montrer qu'une relation très simple lie la somme $r + r'$ et l'angle A [relation (3)].

A.2.c. Montrer qu'une relation très simple lie D (angle de déviation) à la somme $i + i'$ et à A [relation (4)].

A.3. Influence de l'angle d'incidence sur la déviation.

On considère une radiation de longueur d'onde λ donnée; on se propose d'étudier l'influence de l'angle d'incidence sur la déviation.

A.3.a. En différenciant les relations (1), (2), (3), (4) établies au A.2., montrer que :

$$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos(i) \cdot \cos(r')}{\cos(i') \cdot \cos(r)}$$

A.3.b. Quelles relations existe-t-il entre r et r' d'une part, entre i et i' d'autre part, quand la déviation est extrême? On admettra que cet extremum est un minimum que l'on notera D_m .

A.3.c. Montrer alors que les mesures de l'angle de déviation minimale D_m et de A (angle du prisme) permettent d'accéder à l'indice n du prisme pour la radiation considérée.

A.3.d. Application numérique : on a $A = 60,00^\circ$; pour la radiation considérée $D_m = 58,20^\circ$. Déterminer n pour cette radiation.

A.4. Influence de la valeur de l'indice sur la déviation.

L'angle d'incidence est maintenant fixé. On veut étudier la variation de D avec l'indice du prisme. En procédant comme à la question A.3., montrer que :

$$\frac{dD}{dn} = \frac{\sin(A)}{\cos(i') \cdot \cos(r)}$$

A.5. Spectrographe à prisme.

La figure suivante (fig. 2) donne le schéma de principe d'un spectrographe à prisme qui a pour but de séparer les diverses radiations composant une lumière non monochromatique émise par la source S.

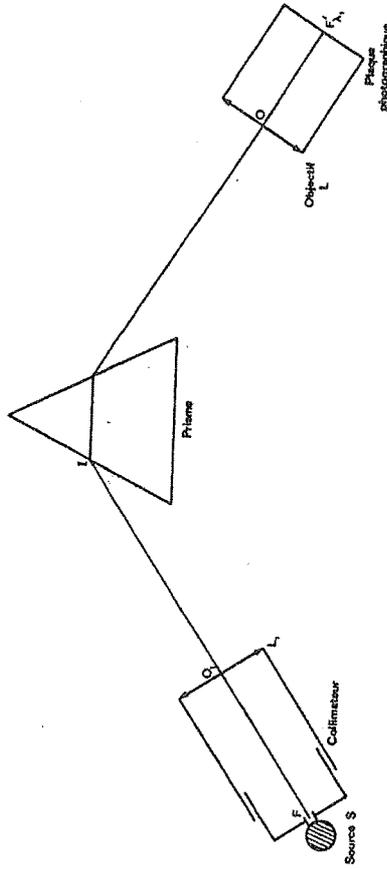


Figure 2

A.5.a. Le collimateur est constitué d'une fente F éclairée par la source S à étudier, et d'une lentille L_1 qu'on supposera achromatique et qu'on assimilera à une lentille mince.

A.5.a.a. Expliquer le terme « achromatique ».

A.5.a.b. Pourquoi a-t-on placé la fente F dans le plan focal objet de la lentille L_1 , ainsi que l'indique la figure 2?

A.5.b. Le spectrographe comporte en outre :

- un prisme dont l'indice varie avec la longueur d'onde suivant la loi : $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$. (a et b sont des constantes positives)

- un objectif L achromatique qu'on assimilera à une lentille mince de distance focale image f' : L donnera, dans son plan focal image (plan dans lequel on a placé une plaque photographique), une image de la fente F du collimateur pour chaque composante du spectre de la lumière émise par S.

Sur la figure 2 et sur le document annexe a été représentée la marche, à travers le prisme et l'objectif, de la composante de longueur d'onde λ_1 du rayon incident FO_1I . Représenter soigneusement sur le document annexe (à rendre avec la copie) :

- la marche de la composante de longueur d'onde λ_1 d'un autre rayon incident ;
- la marche de la composante de longueur d'onde λ_2 du rayon incident FO_1I ; on considérera $\lambda_2 > \lambda_1$.

A.5.c. La lumière émise par la source S est constituée de ces deux seules radiations de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , assez proches l'une de l'autre pour que l'on puisse écrire $\lambda_2 = \lambda_1 + d\lambda$.

A.5.c.a. On supposera que le prisme reçoit la lumière issue du collimateur, sous une incidence coïncidant avec le minimum de déviation pour ces deux radiations. Montrer alors à partir des questions A.3. et A.4. que le passage d'une radiation à l'autre entraîne une variation de la déviation dD qui s'écrit :

$$dD = - \frac{4 \cdot b \cdot \sin\left(\frac{A}{2}\right)}{\cos\left(\frac{D_m + A}{2}\right)} \cdot \frac{d\lambda}{\lambda^3}$$

A.5.c.b. Exprimer la distance, dans le plan focal de l'objectif L, des images $F'_1\lambda_1$ et $F'_1\lambda_2$, correspondant aux deux radiations.

A.5.c.y. Application numérique ; on donne :

- $f' = 1 \text{ m}$;
 - $b = 1,60 \cdot 10^{-2} \text{ (}\mu\text{m)}^2$;
 - $A = 60,00^\circ$;
 - $D_m = 58,20^\circ$;
 - $\lambda_1 = 0,577 \mu\text{m}$;
 - $\lambda_2 = 0,579 \mu\text{m}$.
- puis $d_1 = 0,440 \text{ mm}$
 $d_2 = 0,442 \text{ mm}$

Déterminer numériquement la distance $F'_1F'_1\lambda_2$.

A.5.d. Expliquer brièvement comment modifier le dispositif précédent pour que le spectre puisse être observé par l'œil.

II. — La réfraction atmosphérique

La *réfraction atmosphérique* est le changement de direction de propagation de la lumière d'un astre lorsqu'elle traverse l'atmosphère terrestre (Fig.2). L'air se comporte comme un milieu transparent d'indice de réfraction $n(z)$ qui varie avec l'altitude z . L'atmosphère est donc un milieu *non* homogène. On désigne par $n_0 = n(0) = 1,0002773$ l'indice de réfraction de l'air au niveau du sol à la longueur d'onde $\lambda_0 = 575$ nm dans le vide.

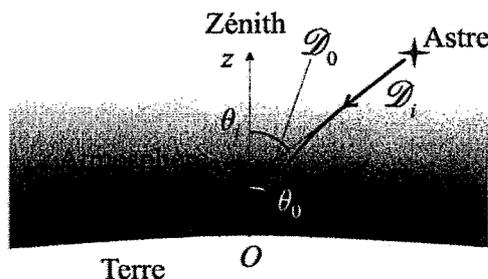


FIG. 2 – Réfraction atmosphérique

À une altitude élevée, lorsque l'atmosphère est suffisamment raréfiée, l'indice de l'air décroît jusqu'à tendre vers la valeur limite $n(\infty) = 1$. Le rayonnement incident de l'astre est supposé monochromatique de longueur d'onde λ_0 . On rappelle que le *zénith* d'un lieu O d'observation est le point du ciel situé dans la direction de la verticale ascendante locale OZ . Dans le plan de la figure 2, on repère une direction \mathcal{D} donnée, par l'angle appelé *distance zénithale*, que forme \mathcal{D} avec OZ . Ainsi, l'angle de réfraction atmosphérique défini par $\psi_r = \theta_i - \theta_0$, est égal à la différence des distances zénithales θ_i de la direction réelle de l'astre et θ_0 de la direction dans laquelle il est observé en O .

□ 8 — Énoncer les lois de Descartes relatives à la réfraction d'un rayon lumineux à la traversée d'un dioptre plan qui sépare deux milieux homogènes d'indices de réfraction n_1 et $n_2 > n_1$. Tracer la marche d'un rayon lumineux traversant ce dioptre. Calculer en degrés, l'angle maximum de réfraction i_m d'un rayon qui traverse un dioptre plan séparant le vide, d'un verre d'indice 1,5 (angle entre le rayon réfracté et la normale au dioptre).

II.A. — Réfraction atmosphérique au voisinage du zénith

On cherche à déterminer l'angle de réfraction atmosphérique de la lumière d'un astre observé au voisinage du zénith. La direction de la lumière incidente étant, dans ce cas, proche de la verticale locale, on peut négliger l'influence de la courbure de la Terre et considérer que l'atmosphère est constituée d'un ensemble de couches d'air planes d'indice $n(z)$ empilées les unes sur les autres (Fig.3-a).

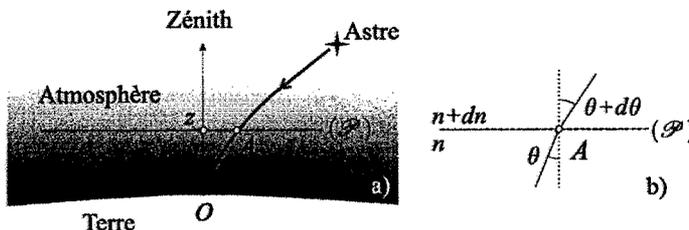


FIG. 3 – Réfraction atmosphérique au voisinage du zénith

L'altitude z d'une couche est identifiée à sa hauteur au dessus du sol. Le plan (\mathcal{P}) normal à OZ et passant par un point A du rayon lumineux, est un dioptre qui sépare localement deux milieux d'indices n et $n + dn$ (Fig.3-b). L'angle $\theta(z)$ est la distance zénithale de l'astre vue de A .

□ 9 — Montrer que le long de la trajectoire du rayon lumineux, $n(z) \sin[\theta(z)]$ est une constante, que l'on notera C_1 et que l'on exprimera en fonction de n_0 et θ_0 . Exprimer ψ_r en fonction de n_0 et $\theta_0 \approx \sin \theta_0$. En vérifiant la validité de l'expression que l'on utilisera, calculer, en seconde d'arc, l'angle de réfraction atmosphérique pour un astre observé à une distance zénithale de 10° .

II.B. — Réfraction atmosphérique aux grands angles

Pour les distances zénithales d'astres éloignés du zénith, il est nécessaire de tenir compte de la courbure de la Terre. L'atmosphère est désormais assimilée à un ensemble de couches d'air sphériques de centre C d'indice $n(z)$ empilées les unes sur les autres (Fig.4-a) ; l'altitude d'une couche de rayon r étant $z = r - R_T$.

L'angle $\theta(z)$ s'identifie désormais à la distance zénithale de l'astre observé en un point B sur la trajectoire du rayon tel que $CB = r$. Sur la figure 4-b le plan (\mathcal{P}') tangent en B' à la sphère (\mathcal{S}') de rayon $r + dr$ est un dioptre qui sépare localement deux milieux d'indices n et $n + dn$.

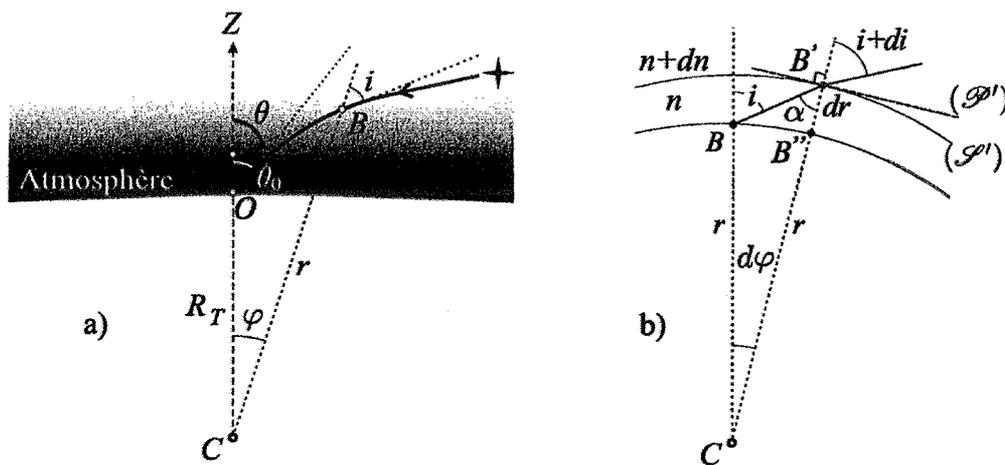


FIG. 4 – Réfraction atmosphérique aux grands angles

□ 10 — En examinant le triangle $BB'C$, exprimer $\sin \alpha$ en fonction de $\sin i$, r et dr . Montrer que le long d'un rayon lumineux, la quantité $nr \sin i$ est une constante, que l'on notera C_2 et que l'on exprimera en fonction de n_0 , R_T et θ_0 .

□ 11 — On admet qu'au premier ordre $\widehat{B'BB''} = \pi/2 - i$. En examinant le triangle $BB'B''$, exprimer au premier ordre $d\varphi$ en fonction de r , dr et i . Exprimer dn/n en fonction de i , di et $d\varphi$. Quelle relation existe-t-il entre φ , i et θ ? En déduire $d\theta$ en fonction de n , dn et i .

□ 12 — Montrer que l'angle de réfraction atmosphérique $\Psi_r = \theta_i - \theta_0 = \int_{\theta_0}^{\theta_i} d\theta$ se met sous la forme suivante :

$$\Psi_r(\theta_0) = \int_1^{n_0} \left[\left(\frac{nr}{n_0 R_T \sin \theta_0} \right)^2 - 1 \right]^\sigma \frac{dn}{n}$$

où σ est un facteur numérique que l'on déterminera.

II.D. — Aplatissement apparent du Soleil sur l'horizon

Le calcul numérique de l'angle de réfraction à l'aide du profil $\rho(z)$ donné par le modèle d'atmosphère standard, montre une variation presque linéaire de Ψ_r avec θ_0 juste au dessus de l'horizon. En exprimant les angles en minutes d'arc, la relation est la suivante : $\Psi_r \approx 32,9 - \overline{\theta_0} \times 0,177$ où $\overline{\theta_0}$ est l'angle de hauteur au dessus de l'horizon, c'est-à-dire, le complémentaire de θ_0 à l'angle droit.

□ 14 — Sachant que la distance Terre-Soleil vaut $d_{TS} = 150 \times 10^6$ km et que le rayon du Soleil est $R_S = 0,70 \times 10^6$ km, calculer en minutes d'arc le diamètre apparent β_s du Soleil c'est-à-dire l'angle sous lequel on voit depuis la Terre, un diamètre solaire, en l'absence de tout phénomène de réfraction. En remarquant que la réfraction n'agit que dans des plans verticaux, calculer l'aplatissement $\epsilon_s = \beta_v/\beta_h$ du Soleil sur l'horizon, où β_v désigne le diamètre apparent du Soleil mesuré dans un plan vertical et β_h le diamètre apparent du Soleil mesuré dans le plan horizontal.

CAPES BLANC D'OPTIQUE Novembre 2006

Ex 1 : L'atmosphère et le pointé des astres (Centrale 95).

L'espace est orienté par l'axe vertical ascendant Oz avec l'origine O choisie au niveau du sol.

Au niveau du sol sous la pression $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa et à la température $T_0 = 300$ K, l'indice de l'air vaut $n_0 = 1,00029$.

L'indice décroît jusqu'à $n=1$ jusqu'à la limite de l'atmosphère à l'altitude $h = 63$ km.

On suppose l'atmosphère constituée de couches parallèles horizontales et transparentes d'indice $n(z)$. On néglige le caractère dispersif de l'air.

1°) Du point O (origine des axes) on observe une étoile de diamètre apparent négligeable.

Sans atmosphère l'étoile serait repérée par sa distance zénithale qui est l'angle α entre la direction de l'étoile et la verticale du lieu en O.

a) Expliquez pourquoi on pointe l'étoile sous une direction apparente α' . Faites un schéma clair.

Déduisez le signe de la quantité $\delta = \alpha - \alpha'$.

b) Donnez la relation entre n_0 , α' , α .

Montrez que les valeurs de α' admettent une limite théorique α'_{lim} quand les distances zénithales sont importantes. Calculez α'_{lim} .

c) Soit $i(z)$ l'angle d'incidence d'un rayon lumineux à la traversée d'une couche d'indice $n(z)$ au point $M(x, z)$.

• Exprimez l'invariant de Descartes et déduisez l'équation différentielle de la trajectoire du rayon lumineux donnant $\frac{dz}{dx}$ en fonction de n_0 , α' , $n(z)$.

• On admettra dans un modèle simple que l'indice évolue selon une loi : $n(z) = n_0(1 - \lambda z)$

Calculez λ .

En faisant les approximations qui s'imposent déterminez l'équation du rayon lumineux arrivant en O avec une distance zénithale α' .

2°) On pointe cette fois le centre de la lune, située à 385000 km de la surface de la Terre avec une distance zénithale apparente $\alpha' = 50^\circ$.

a) Calculez δ et l'erreur ΔX sur le pointage du centre de la lune.

b) On rappelle le développement de Taylor d'une fonction au voisinage d'un point x :

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2}h^2 + \dots$$

En utilisant le fait que $\delta \ll \alpha'$, exprimez δ en fonction uniquement de n_0 et α' .

L'indice $n(z)$ de l'atmosphère varie selon la loi de Gladstone $n(z) - 1 = k \rho(z)$ où k est une constante positive et $\rho(z)$ est la masse volumique de l'air.

c) Une variation de pression et de température au niveau du sol modifie la valeur de n_0 .

Exprimez $d\delta/\delta$ en fonction des variations relatives de pression et température.

AN : $\alpha' = 50^\circ$, T baisse de 10K, P augmente de 3kPa. Calculez $d\delta$ et $d(\Delta X)$ et concluez.

d) Compte tenu de ce qui précède, quels conseils peut-on donner pour l'installation d'un observatoire ?

PARTIE D. FIBRES OPTIQUES

La transmission de l'information recourt de plus en plus souvent aux fibres optiques. Celles-ci se répartissent en deux grandes catégories : les fibres à saut d'indice et les fibres à gradient d'indice. Cette partie se propose de comparer certaines performances de ces deux types de fibres.

Dans cette partie, la célérité de la lumière dans le vide est notée c . Sa valeur numérique est censée être connue du candidat, et n'est pas rappelée.

D.I. PRÉLIMINAIRES

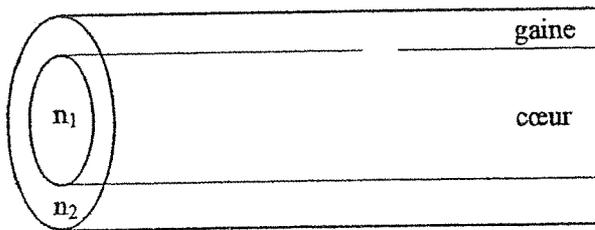
D.I.1. Donner la définition de l'indice de réfraction d'un milieu transparent. Qu'est-ce qu'un dioptre ?

D.I.2. Énoncer les lois de Descartes de la réfraction.

D.I.3. Au moyen de figures claires, exposer les différentes situations que l'on peut observer lors de la réfraction d'un rayon lumineux traversant un dioptre plan. Préciser selon les cas les conditions d'existence du rayon réfracté.

D.II. FIBRES À SAUT D'INDICE

Les fibres à saut d'indice sont constituées d'un cœur cylindrique d'indice n_1 et de rayon a , entouré d'une gaine d'indice n_2 .

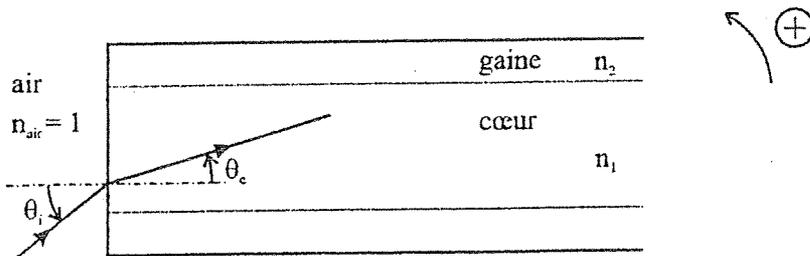


Un rayon est guidé par la fibre s'il subit des réflexions totales à chaque fois qu'il rencontre le dioptre cœur-gaine.

D.II.1. Quelle condition doivent vérifier les indices n_1 et n_2 pour que le guidage soit possible ?

Dans la suite du problème, on supposera cette condition satisfaite. On définit la grandeur Δ par $\Delta = \frac{|n_1^2 - n_2^2|}{2 n_1^2}$. Dans les applications numériques, on prendra $n_1 = 1,5$ et $\Delta = 1,0 \cdot 10^{-2}$.

D.II.2. On s'intéresse à l'ouverture angulaire d'un faisceau susceptible d'être guidé.



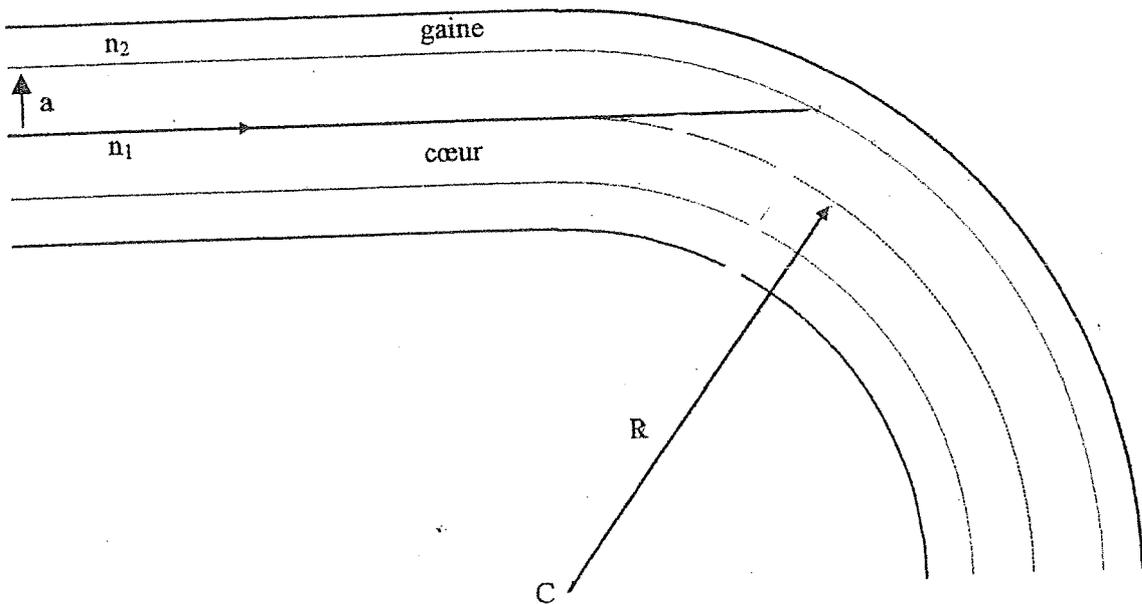
Pour cela, on considère un rayon incident situé dans un plan méridien de la fibre (voir figure ci-dessus). Ce rayon tombe sur le dioptre air-cœur avec un angle d'incidence θ_i . On note θ_c l'angle de réfraction correspondant.

D.II.2.a) Pour que ce rayon soit guidé par le cœur de la fibre, montrer que θ_i doit rester inférieur à un angle limite θ_a que l'on calculera en fonction de n_1 et de Δ .

Tournez la page S.V.P.

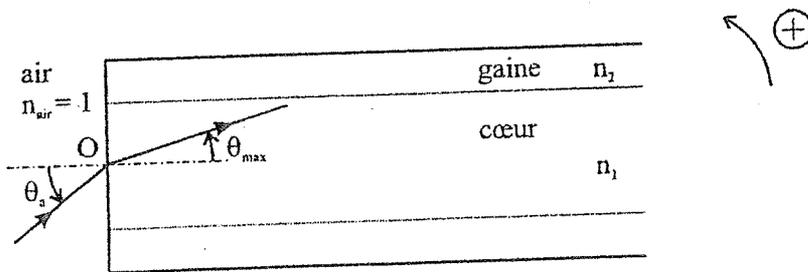
D.II.2.b) On appelle ouverture numérique la quantité notée O.N. définie par $O.N. = \sin \theta_a$. Calculer l'ouverture numérique de la fibre.

D.II.3. Le guidage des rayons peut être confronté à un premier problème, lorsque la fibre cesse d'être rectiligne pour prendre des courbures imposées par son utilisation pratique. Pour déterminer un ordre de grandeur de la courbure acceptable par une fibre à saut d'indice, on envisage un rayon confondu avec l'axe du cœur dans la partie rectiligne de la fibre.



Déterminer la valeur limite R_m de R pour que le rayon envisagé reste effectivement guidé. Exprimer R_m en fonction du rayon du cœur a et de Δ . Faire l'application numérique, en prenant $a = 25 \mu\text{m}$.

D.II.4. Un autre problème que pose l'utilisation des fibres optiques est l'étalement des impulsions. Ces impulsions correspondent au codage binaire de l'information numérisée qui est échangée au moyen de ces fibres.



On considère deux rayons passant par le centre O de la face d'entrée de la fibre supposée rectiligne. L'un entre dans la fibre en incidence normale, l'autre avec l'incidence limite θ_a .

D.II.4.a) Calculer la différence Δt entre les durées des trajets de la lumière selon chacun de ces rayons sur une longueur ℓ de fibre. Exprimer Δt en fonction de ℓ , c , n_1 et Δ .

D.II.4.b) Calculer numériquement Δt en prenant $\ell = 1 \text{ km}$.

D.II.4.c) Quelle durée τ doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se superposent pas à la sortie de la fibre ? En déduire une valeur limite D_m pour le débit de la ligne, exprimé en bit / s.

D.III. FIBRES À GRADIENT D'INDICE

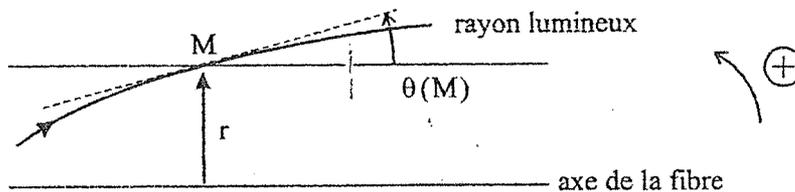
Pour remédier à ce problème d'élargissement des impulsions, et augmenter le débit des fibres optiques, on utilise des fibres à gradient d'indice, où l'indice n du cœur varie continûment en fonction de la distance à l'axe r .

On limitera notre étude à des rayons passant par le centre O de la face d'entrée de la fibre supposée rectiligne.

D.III.1. Pour qu'il y ait effectivement guidage, l'indice $n(r)$ doit-il être une fonction croissante ou décroissante de r ?

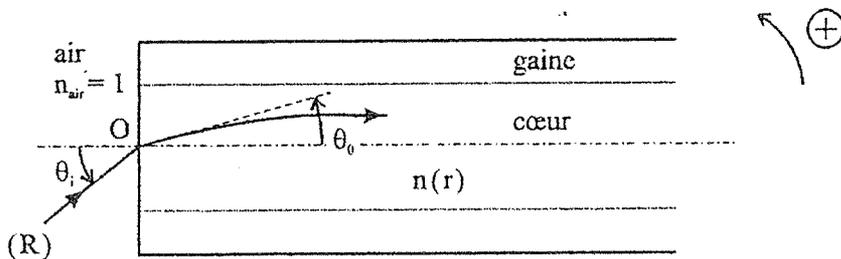
On pourra considérer que le cœur est en fait constitué d'un grand nombre de couches très minces dont les indices varient très peu d'une couche à la suivante.

D.III.2. On appelle $\theta(M)$ l'angle entre la tangente au rayon en M et la direction de l'axe de la fibre.



Justifier que dans le cœur, la quantité $n(r) \cos \theta(M)$ reste constante. Donner l'allure des rayons lumineux guidés par une fibre à gradient d'indice.

D.III.3. Le point O représente le centre du cœur sur la face d'entrée de la fibre. On pose $\theta(O) = \theta_0$ l'angle que fait le rayon réfracté en O avec l'axe de la fibre.



On prend les valeurs numériques suivantes : $n_0 = 1,5$ et $\theta_i = 12^\circ$.

D.III.3.a) Calculer θ_0 .

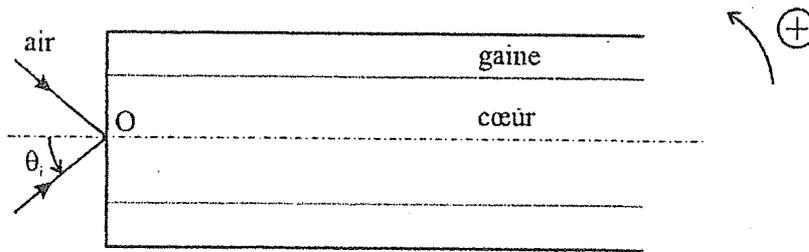
D.III.3.b) Soit (R) le rayon précédent et (R_0) le rayon confondu avec l'axe de la fibre. (R_0) correspond donc à un angle $\theta_i = 0$. D'une extrémité à l'autre d'une longueur ℓ de fibre, la différence de durée de trajet de la lumière selon (R) et (R_0) a pour expression :

$$\Delta t' = \frac{n_0 \ell}{c} \left(\frac{1}{\cos \theta_0} - \frac{\sin^2 \theta_0}{2 \cos \theta_0} - 1 \right)$$

Remarque : cette expression, que l'on admet ici sans démonstration, correspond à une fibre dont l'indice varie selon la loi : $n(r) = n_0 \sqrt{1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a}\right)^2}$.

Tournez la page S.V.P.

Calculer l'étalement $\Delta t'$ d'une impulsion à l'extrémité de la fibre à gradient d'indice, en prenant la longueur ℓ égale à 1 km. On supposera que sur la face d'entrée de la fibre, le faisceau incident converge en O et admet comme ouverture angulaire le demi-angle au sommet $\theta_1 = 12^\circ$.



D.III.3.c) En déduire le débit maximal D'_m de la ligne, exprimé en bit / s.

D.III.3.d) Comparer avec la valeur D_m obtenue au D.II.4.c) pour la fibre à saut d'indice et conclure.

FIN DE L'ÉPREUVE

PARTIE E : ONDES ELECTROMAGNETIQUES

E.I. Une onde électromagnétique plane progressive monochromatique et polarisée rectilignement se propage dans le vide suivant la direction de l'axe Ox .

E.I.1. Sur un schéma, représenter un plan d'onde, les vecteurs champ électrique \vec{E} , champ magnétique \vec{B} ainsi que le vecteur d'onde \vec{k} .

E.I.2. Ecrire la relation liant ces trois vecteurs.

E.I.3. Que signifie « onde polarisée rectilignement » ?

E.I.4. Il existe des situations où la lumière naturelle est polarisée. Donner deux exemples.

E.II. On désire réaliser l'image d'une région du ciel nocturne sur un capteur CCD (Charged Coupled Device) de 2,54 cm de côté. Les cellules de la matrice CCD (Figure 15) sont des carrés juxtaposés de $10,0 \mu\text{m}$ de côté. Deux étoiles sont séparées si leurs images se forment sur deux cellules CCD non consécutives (c'est à dire sur deux cellules séparées par une cellule faiblement éclairée). Les applications numériques seront faites en supposant que les images des étoiles considérées se forment au centre d'une cellule du capteur.

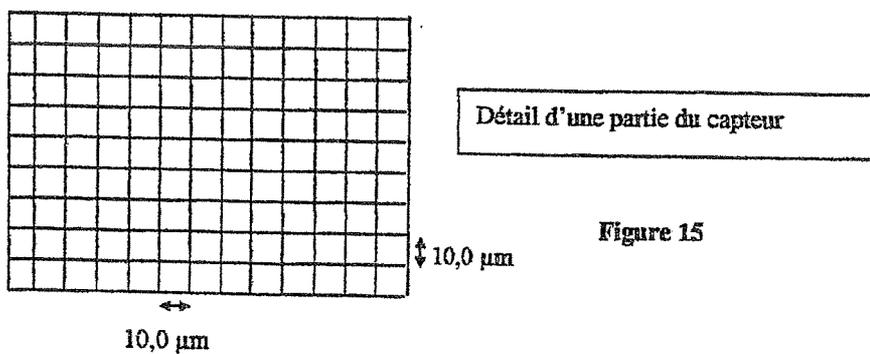


Figure 15

E.II.1. On imagine d'abord d'utiliser une lentille de distance focale 1,50 m. Comment faut-il disposer le capteur par rapport à la lentille pour que la qualité de l'image soit optimale. Justifier chaque élément de la réponse.

E.II.2. Expliquer pourquoi l'onde parvenant de l'étoile sur la lentille peut être considérée comme une onde plane.

E.II.3. Quel angle α doit séparer les directions de visées de deux étoiles pour qu'elles soient juste séparées ? Comparer cet angle au pouvoir de séparation de l'œil qui est de l'ordre de 3×10^{-4} rad.

E.III. Le schéma ci-dessous (Figure 16) représente un miroir sphérique M de centre C et de rayon de courbure R. L'objet AB est disposé à gauche de C, perpendiculairement à l'axe du miroir.

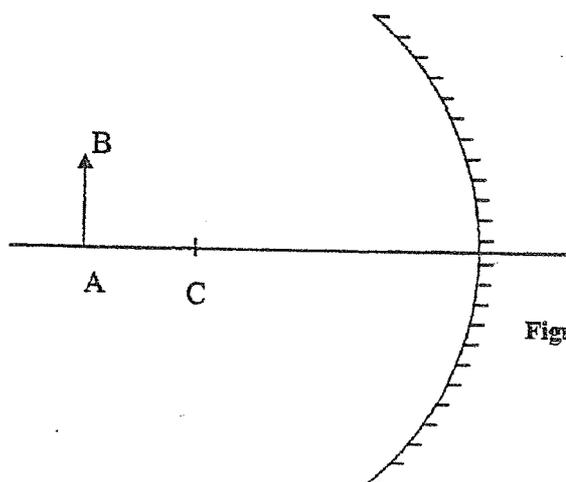


Figure 16

Tournez la page S.V.P.

E.III.1. Pour un miroir sphérique, la relation de conjugaison avec origine au centre s'écrit :

$$\frac{1}{CA} + \frac{1}{CA'} = \frac{2}{CS}$$

S désigne le sommet du miroir.

Utiliser cette formule pour trouver la position du foyer du miroir.

E.III.2. Sur le schéma de l'annexe II (A RENDRE AVEC LA COPIE), construire l'image $A'B'$ que donne le miroir de l'objet AB .

E.III.3. Pour obtenir l'image d'une région du ciel, on souhaite utiliser, à la place de la lentille, un ensemble de deux miroirs sphériques M_1 et M_2 de même centre C et de rayons respectifs $R_1 = 1,20$ m et R_2 (Figure 17). Le miroir M_1 présente une ouverture circulaire autour de son sommet S_1 . Cet ensemble de miroirs se comporte comme une lentille dont nous allons déterminer les caractéristiques.

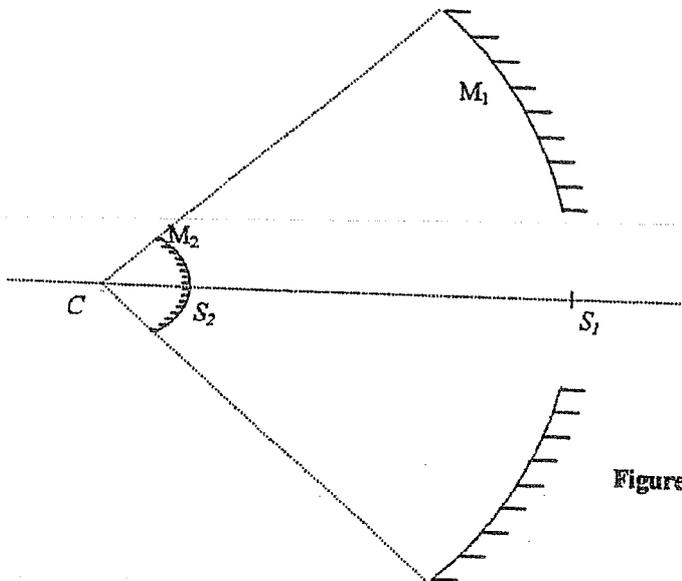


Figure 17

E.III.3.a. En imaginant de placer une source lumineuse ponctuelle entre les miroirs, construire, sur le schéma de l'annexe II (A RENDRE AVEC LA COPIE), le trajet d'un rayon issu de la source et dirigé vers le point C . En déduire la position du centre de la lentille équivalente à l'ensemble des deux miroirs.

E.III.3.b. En utilisant deux fois la relation de conjugaison, trouver la relation liant les positions d'un objet AB et de son image $A'B'$ donnée par cet ensemble de deux miroirs.

En déduire l'expression de la distance focale de la lentille équivalente en fonction de R_1 et R_2 .

E.III.3.c. En prenant $R_1 = 1,20$ m, calculer R_2 pour que l'ensemble des deux miroirs ait la même distance focale que la lentille utilisée dans la question E.II. Préciser sur un schéma comment il faudra disposer le capteur CCD pour observer l'image du ciel.

E.III.3.d. Citer deux avantages très importants du système à miroirs par rapport à la lentille.

V – Etude de l'éclairage procuré par une veilleuse :

Une veilleuse pour lire dans le train (sans déranger ses voisins) est composée d'une ampoule située entre un miroir sphérique et une lentille convergente. Un dispositif muni d'un pas de vis permet le déplacement de cette lentille de façon à modifier l'angle du faisceau sortant de la veilleuse.

V.1) Etude du miroir de la veilleuse :

Le miroir de la veilleuse est un miroir sphérique concave de sommet S_1 et de rayon de courbure $R_1 = S_1C_1 = 5,0$ cm. L'ampoule halogène sera supposée ponctuelle, en A , sur l'axe optique ; son image est en A_1 .

V.1.1) Rappeler la formule de conjugaison avec origine en S_1 pour les deux points A et A_1 .

V.1.2) Où devrait-on placer l'ampoule si l'on voulait un faisceau réfléchi parallèle ?

V.1.3) Où devrait-on placer l'ampoule si l'on voulait obtenir l'image de l'ampoule halogène sur un écran situé à une distance de 1,00 m de l'ampoule ?

V.1.4) En fait, l'ampoule est placée en C_1 .

V.1.4.a) Où se trouve alors A_1 ?

V.1.4.b) Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

V.1.5) L'ouverture du miroir est $d = 4,0$ cm.

V.1.5.a) Rappeler les conditions de Gauss.

V.1.5.b) Si les conditions de Gauss sont vérifiées, qu'est-ce que cela impose sur le

rapport $\frac{d}{R_1}$?

V.1.5.c) Cette dernière relation est-elle vraie dans le cas de la veilleuse ?

V.2) Etude des aberrations du miroir de la veilleuse :

Ce qui précède nous amène à étudier les aberrations du miroir. Pour cela, on s'intéresse à un rayon arrivant parallèlement à l'axe du miroir, en I , à une distance $h = \frac{d}{2} = 2,0$ cm de l'axe.

Le rayon réfléchi croise l'axe optique en B , *a priori* différent de F_1' (cf. figure 5). T est sur ce rayon réfléchi, à la verticale de F_1' .

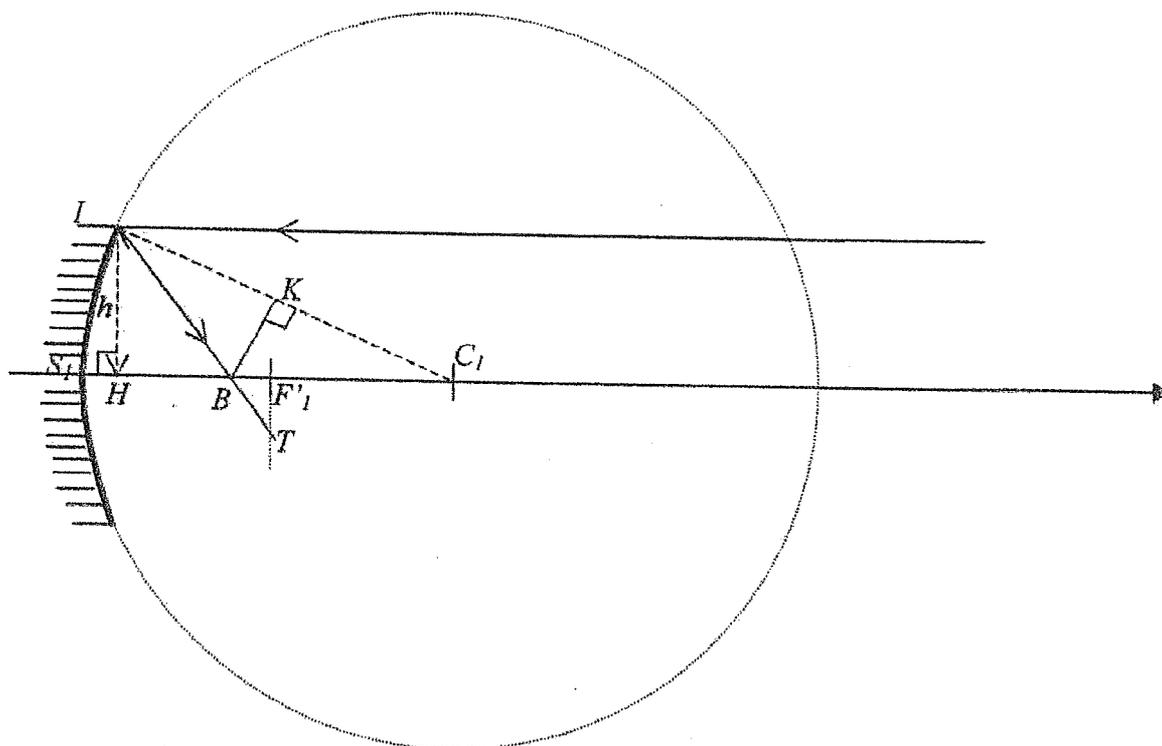


figure 5

V.2.1) Montrer que $\overline{BC_1} = \frac{R_1}{2\sqrt{1 - \left(\frac{h}{R_1}\right)^2}}$.

V.2.2) Déterminer, en fonction de h et de R_1 , l'aberration longitudinale de sphéricité BF_1' . Calculer numériquement BF_1' .

V.2.3) Calculer numériquement l'aberration transversale de sphéricité TF_1' .

V.2.4) Conclure quant aux aberrations de sphéricité du miroir.

V.2.5) Doit-on étudier les aberrations chromatiques pour un miroir ? Justifier.

V.3) Etude du réglage du faisceau sortant de la veilleuse par la lentille:

L'ampoule halogène (toujours supposée ponctuelle, en A , sur l'axe optique) éclaire une lentille convergente mince de focale $f'_2 = 2,1$ cm, de diamètre $d = 2.h = 4,0$ cm, de sommet S_2 placé à une distance $x = \overline{AS_2}$ de la lampe. Un pas de vis permet de déplacer cette lentille le long de l'axe optique, faisant varier x entre $x_1 = 1,0$ cm et $x_2 = 2,0$ cm.

V.3.1) Faire un schéma à l'échelle 1, dans le cas où $x = x_1$, comprenant la lentille et A , ainsi que la construction de trois rayons lumineux qui aboutissent à la formation de A' , image de A par cette lentille.

V.3.2) Définir la vergence V_2 de la lentille. Donner sa valeur et préciser son unité.

V.3.3) Déterminer $\overline{S_2A'}$ en fonction de f'_2 et x . Applications numériques pour $x = x_1$ et $x = x_2$.

- V.3.4) Dans le cas où $x = x_1 = 1,0$ cm, représenter un schéma à l'échelle 1, comprenant la lentille, A et A' , ainsi que le faisceau lumineux émergent issu de A et s'appuyant sur les bords de la lentille.
- V.3.5) Déterminer α , l'ouverture angulaire du faisceau de lumière émis par la lampe après la lentille en fonction de d , f'_2 et x . Applications numériques (en degrés) pour $x = x_1$ et $x = x_2$.
- V.3.6) On veut que le faisceau lumineux éclaire un livre de taille $t = 20$ cm placé à une distance L de S_2 . En déduire L en fonction de t , d , f'_2 et x . Applications numériques pour $x = x_1$ et $x = x_2$.
- V.3.7) Le livre est en fait à une distance $L = 1,0$ m de la veilleuse. La veilleuse permet-elle de bien éclairer le livre ? (On déterminera numériquement x).

V.4) Etude de la diffraction due à la faible ouverture de la lentille :

On a jusqu'ici négligé la diffraction due à l'ouverture d de la lentille.

- V.4.1) Si on avait $x = f'_2$, que vaudrait l'ouverture angulaire α_0 du faisceau de lumière émis par la lampe après la lentille en négligeant la diffraction ?
- V.4.2) On prendra comme longueur d'onde de la lumière émise par l'ampoule $\lambda = 0,5$ μm .
- V.4.2.a) Calculer l'ouverture angulaire α_0' du faisceau de lumière émis par la lampe après la lentille en prenant maintenant en compte la diffraction. Application numérique (en degrés).
- V.4.2.b) Comparer numériquement α_0' à α pour $x = x_1$ et $x = x_2$. Conclusion.

CONCOURS COMMUN POLYTECHNIQUE 2008

Les calculatrices sont autorisées.

* * *

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

Partie A : OPTIQUE

Ce problème d'optique comprend deux parties indépendantes : focométrie et lunette astronomique achromatique.

La première partie concerne la mesure, par différentes méthodes, des distances focales de lentilles minces convergentes et divergentes. La seconde partie consiste à rechercher les conditions pour limiter l'aberration chromatique, c'est-à-dire les défauts de formation des images dus à la dispersion des verres des objectif et oculaire d'une lunette astronomique.

Les quatre figures de la partie « Optique » sont en page 6.

On considérera que les lentilles minces de ce problème sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss.

1. FOCOMETRIE

L'axe ($x'x$) d'un banc d'optique est orienté dans le sens de parcours de la lumière. On notera O_1 et O_2 les centres de deux lentilles (L_1) convergente et (L_2) divergente, A et A' les points sur l'axe optique d'un objet lumineux transverse AB et de son image A'B' par l'instrument.

1.1. Lentille convergente : (L_1) de centre O_1 et de distance focale f_1'

On exprimera f_1' et $\Delta f_1'$ à 0,1 cm près.

1.1.1. Méthode d'autocollimation

1.1.1.1. Décrire la méthode expérimentale dite « d'autocollimation » qui permet de mesurer la distance focale d'une lentille mince convergente.

1.1.1.2. Quand l'image $A'B'$ de l'objet AB est obtenue par cette méthode, la distance mesurée objet-lentille est de 20,2 cm. Les incertitudes absolues de lecture sur l'axe et de mise au point de l'image étant au total évaluées à 0,5 cm, exprimer la distance focale f'_1 de (L_1) et son incertitude absolue $\Delta f'_1$.

1.1.2. Formule de conjugaison de Descartes

L'objet réel AB placé à 35 cm de la lentille (L_1) donne une image nette $A'B'$ de cet objet sur un écran (E) situé à 46,5 cm de la lentille.

1.1.2.1. Déterminer la distance focale f'_1 de cette lentille.

1.1.2.2. Sachant que les incertitudes absolues sur les distances objet-lentille (incertitude de lecture) et lentille-écran (incertitudes de lecture et de netteté de l'image) sont respectivement évaluées à 0,4 cm et 0,8 cm, calculer l'incertitude absolue $\Delta f'_1$.

1.1.3. Méthode de Bessel

Un objet AB et un écran (E) sont fixes et distants de D . Entre l'objet et l'écran, on déplace la lentille (L_1) pour obtenir sur (E) une image nette $A'B'$.

1.1.3.1. On pose $p = \overline{O_1A}$. Montrer que si $D > D_{min}$, valeur minimale que l'on exprimera en fonction de f'_1 , alors il existe deux positions distinctes p_1 et p_2 (avec $|p_1| < |p_2|$) de (L_1) pour lesquelles une image nette se forme sur l'écran. Donner les expressions de p_1 et p_2 en fonction de D et f'_1 .

1.1.3.2. Si d représente la distance entre les deux positions de la lentille (L_1) quand $D > D_{min}$, montrer que la distance focale f'_1 s'exprime en fonction de D et d .

1.1.3.3. Déterminer l'incertitude absolue $\Delta f'_1$ de l'expression de f'_1 sachant que les incertitudes absolues de D et d sont respectivement notées par ΔD et Δd .

1.1.3.4. Calculer la distance focale f'_1 de (L_1) et son incertitude absolue $\Delta f'_1$ sachant que $D = (90 \pm 1)$ cm et $d = (30 \pm 1)$ cm.

1.1.4. Méthode de Silbermann

L'objet AB étant fixe, sa position sera prise comme origine sur l'axe optique. On cherche les positions de la lentille (L_1) et de l'écran (E) telles que le grandissement

transversal $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = -1$. La distance objet-écran est alors $D_0 \pm \Delta D_0$.

1.1.4.1. Utiliser la relation de conjugaison de Descartes et l'expression du grandissement pour obtenir f'_1 en fonction de D_0 .

1.1.4.2. On mesure $D_0 = 80,4$ cm avec une incertitude absolue de 0,5 cm comprenant la lecture et la mise au point de l'image pour ce grandissement. En déduire la distance focale f'_1 de (L_1) et son incertitude absolue $\Delta f'_1$.

1.1.4.3. La méthode de Silbermann peut-elle se déduire de la méthode de Bessel ? Justifier votre réponse.

1.1.5. Comparaison des méthodes

Parmi ces quatre méthodes quelle est celle qui vous semble la plus rapide à mettre en œuvre pour obtenir l'ordre de grandeur de f'_1 et celle qui vous permet la meilleure précision ?

1.2. Lentille divergente : (L_2) de centre O_2 et de distance focale f_2'

On exprimera f_2' à 0,1 cm près.

1.2.1. Théorème des vergences (formule des opticiens)

Pour déterminer la distance focale d'une lentille mince divergente (L_2), on accole celle-ci à une lentille mince convergente (L_0) de vergence $V_0 = 8 \text{ m}^{-1}$ et on utilise ce système mince $[(L_0) + (L_2)]$ pour obtenir d'un objet réel AB, une image réelle A'B', renversée, de même dimension que l'objet. La distance objet-image mesurée est égale à 1 m.

1.2.1.1. Déterminer la vergence V du système de lentilles accolées.

1.2.1.2. En déduire la vergence V_2 et la distance focale f_2' de la lentille (L_2) sachant que pour l'association $[(L_0) + (L_2)]$ nous avons : $V = V_0 + V_2$.

1.2.1.3. Les centres optiques des lentilles dites « accolées » sont en fait distants de $e = 0,5 \text{ cm}$. Evaluer à nouveau V_2 et f_2' à partir de cette formule de Gullstrand qui prend en compte la distance entre les centres optiques : $V = V_0 + V_2 - e V_0 V_2$.

1.2.2. Viseur à frontale fixe

Un viseur à frontale fixe est utilisé pour déterminer la distance focale f_2' de la lentille (L_2). On vise d'abord l'objet AB, on insère (L_2) entre l'objet et le viseur à une distance x de AB et enfin on doit reculer d'une distance D pour viser l'image A'B'.

1.2.2.1. À partir de la relation de conjugaison de Descartes, montrer que la distance focale f_2' s'exprime en fonction des distances x et D .

1.2.2.2. Sachant que $x = 30 \text{ cm}$ et $D = 16,5 \text{ cm}$, calculer f_2' .

1.2.3. Méthode de Badal

La méthode de Badal se déroule en deux étapes :

1ère étape : une lentille convergente (L) donne d'un objet ponctuel A situé au foyer objet F de cette lentille, une image rejetée à l'infini. Une seconde lentille convergente (L_0) de distance focale connue f_0' est disposée à la suite de (L) à une distance supérieure à f_0' . L'image finale ponctuelle A' se trouve sur un écran (E) situé au foyer image F_0' de (L_0).

2ème étape : la lentille divergente (L_2), de distance focale f_2' inconnue, est positionnée dans le plan focal objet de (L_0). Pour obtenir la nouvelle image nette A', il faut éloigner (E), de (L_0), d'une distance D .

1.2.3.1. En appliquant la relation de conjugaison de Newton à la lentille (L_0), déterminer la relation donnant l'expression de la distance focale f_2' en fonction des distances f_0' et D .

1.2.3.2. Pour les distances $f_0' = 12,5 \text{ cm}$ et $D = 6,5 \text{ cm}$, calculer f_2' .

2. LUNETTE ASTRONOMIQUE ACHROMATIQUE

La vergence V d'une lentille mince est donnée par la relation algébrique suivante :

$$V = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

où n est l'indice de réfraction du verre constituant la lentille et R_1 et R_2 , les rayons de courbure algébriques ($R_x = \overline{S_x C_x}$) respectivement des faces avant et arrière de la lentille.

L'indice n varie avec la longueur d'onde λ suivant la loi empirique de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}, \quad A \text{ et } B \text{ étant deux constantes positives.}$$

Pour un verre de type crown : $A = 1,515$ et $B = 3,5 \times 10^3 \text{ nm}^2$.

On définit la constringence ν et le pouvoir dispersif K d'un verre par : $\nu = \frac{1}{K} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$, où

n_F, n_D et n_C sont les indices du verre pour les radiations F (bleu : $\lambda_F = 486 \text{ nm}$), D (jaune : $\lambda_D = 589 \text{ nm}$) et C (rouge : $\lambda_C = 656 \text{ nm}$).

On notera f_F', f_D' et f_C' les distances focales images et F_F', F_D' et F_C' les foyers images de la lentille pour les radiations F, D et C respectivement.

2.1. Constringence, pouvoir dispersif et distance focale d'une lentille d'un verre crown

Une lentille mince (L), en verre crown, est biconvexe avec les rayons de courbure R_1 et R_2 tels que $|R_1| = 90 \text{ cm}$ et $|R_2| = 150 \text{ cm}$. Le diamètre de (L) est : $\mathcal{D} = 8 \text{ cm}$.

2.1.1. Calculer, avec le nombre de chiffres significatifs correct, les indices n_F, n_D et n_C . En déduire la constringence ν et le pouvoir dispersif K pour ce verre crown.

2.1.2. Déterminer la distance focale moyenne f_D' de (L).

2.2. Aberrations chromatiques principales des lentilles minces

Deux lentilles minces (L_1) convergente (Figure 1) et (L_2) divergente (Figure 2) sont éclairées, parallèlement à l'axe optique, par un faisceau de lumière blanche.

2.2.1. Reproduire les figures 1 et 2 et tracer le cheminement des rayons lumineux bleu et rouge de longueurs d'onde respectives (λ_F) et (λ_C) émergeant des lentilles (L_1) et (L_2), en indiquant pour chacune de ces deux lentilles la position relative des foyers F_F' et F_C' sur l'axe optique.

2.2.2. Aberrations chromatiques longitudinale et transversale

2.2.2.1. L'aberration chromatique longitudinale d'une lentille est définie par la distance algébrique $A_L = \overline{F_F'F_C'}$ qui sépare les foyers bleu F_F' et rouge F_C' .

Exprimer A_L pour la lentille convergente (L), en fonction de la constringence ν et de la distance focale moyenne f_D' , en supposant que $f_F'f_C' \approx f_D'^2$. Commentaire.

Calculer numériquement A_L .

2.2.2.2. On définit l'aberration chromatique transversale A_T d'une lentille comme le rayon de la plus petite tache lumineuse produite par les faisceaux bleu et rouge, interceptée par un écran disposé normalement à l'axe optique.

Exprimer A_T pour (L), en fonction de la constringence ν et de \mathcal{D} , en supposant de plus que f_D' est quasiment la moyenne arithmétique de f_F' et f_C' . Commentaire.

Calculer la valeur de A_T .

2.3. Objectif achromatique

On réalise un objectif achromatique mince, en accolant la lentille (L) précédente biconvexe, de rayons de courbures R_1 et R_2 en verre crown avec une lentille (L'), plan-concave en verre de type flint, de sorte que les faces en contact aient le même rayon de courbure R_2 .

Les indices de réfraction des deux verres sont donnés par la loi de Cauchy :

- lentille (L), en verre crown : $n_1 = A_1 + \frac{B_1}{\lambda^2}$ avec $A_1 = 1,515$ et $B_1 = 3,5 \times 10^3 \text{ nm}^2$

- lentille (L'), en verre flint : $n_2 = A_2 + \frac{B_2}{\lambda^2}$ où A_2 et B_2 sont à déterminer.

2.3.1. Exprimer les vergences V_1 , V_2 respectivement des lentilles (L), (L') en fonction des constantes A_1, A_2, B_1, B_2 , des rayons R_1, R_2 et de λ . En déduire la vergence $V = V_1 + V_2$ des deux lentilles accolées.

2.3.2. Déterminer l'expression de $\frac{\partial V}{\partial \lambda}$. Que doit valoir cette expression pour supprimer l'aberration chromatique ? En déduire une relation entre B_1, B_2, R_1 et R_2 puis exprimer la vergence V en fonction de A_1, A_2, R_1 et R_2 .

2.3.3. Calculer les constantes A_2 et B_2 pour une vergence V de l'objectif égale à $0,5 \text{ m}^{-1}$.

2.4. Oculaire achromatique

Soient deux lentilles biconvexes (\mathcal{L}_1) et (\mathcal{L}_2), de focales images respectives f'_1 et f'_2 , taillées dans le même verre flint d'indice n_2 , de même axe optique, dont les deux dioptries, pour chacune d'elles, ont en valeur absolue le même rayon, R'_1 pour (\mathcal{L}_1) et R'_2 pour (\mathcal{L}_2). Les deux lentilles placées à une distance d' l'une de l'autre doivent permettre de réaliser un oculaire achromatique (Figure 3).

2.4.1. Déterminer, en fonction de R'_1, R'_2, A_2, B_2, d' et λ , les vergences V'_1 de (\mathcal{L}_1), V'_2 de (\mathcal{L}_2) et V' de cet oculaire en appliquant la formule de Gullstrand :

$$V' = V'_1 + V'_2 - d'V'_1V'_2.$$

2.4.2. Calculer $\frac{\partial V'}{\partial \lambda}$ et en déduire les facteurs numériques k_1 et k_2 de l'expression :

$$\frac{\partial V'}{\partial \lambda} = \frac{k_1(n_2 - 1)B_2}{R'_1R'_2\lambda^3} (f'_1 + f'_2 + k_2d').$$

2.4.3. Quelles doivent être les relations, d'une part entre f'_1 et f'_2 si $R'_1 = 3R'_2$ et d'autre part entre d' et f'_2 si on veut éliminer l'aberration chromatique ?

2.4.4. Calculer, dans les conditions de la question précédente, la valeur de d' pour avoir un oculaire de vergence $V' = 75 \text{ m}^{-1}$.

2.4.5. On définit respectivement par $(F_1 ; F'_1)$ et $(F_2 ; F'_2)$ les foyers principaux objet et image pour les lentilles (\mathcal{L}_1) et (\mathcal{L}_2).

2.4.5.1. Déterminer le foyer objet F (conjugué de F_2 dans (\mathcal{L}_1)) et le foyer image F' (conjugué de F'_1 dans (\mathcal{L}_2)) pour ce doublet en exprimant $\overline{F_1F}$ et $\overline{F'_2F'}$ en fonction de d' .

2.4.5.2. En prenant comme référence la distance d' entre les deux lentilles, reproduire la Figure 3 en positionnant les six foyers objet et image pour ce doublet.

2.5. Lunette achromatique

L'objectif achromatique $\{(L)+(L')\}$, assimilé à une lentille mince unique, est associé à cet oculaire $\{(L_1)+(L_2)\}$ pour réaliser une lunette astronomique (Figure 4).

2.5.1. Calculer le grossissement angulaire de cette lunette. (On assimilera l'oculaire à une lentille unique de vergence $V' = 75 \text{ m}^{-1}$).

2.5.2. Reproduire la Figure 4 et tracer le chemin suivi par le rayon incident (sous l'angle α) à travers et à la sortie de l'oculaire. On précisera les foyers et rayons secondaires utiles à la construction.

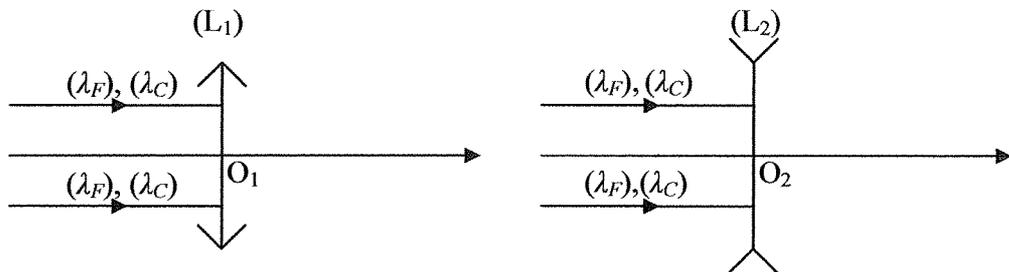


Figure 1

Figure 2

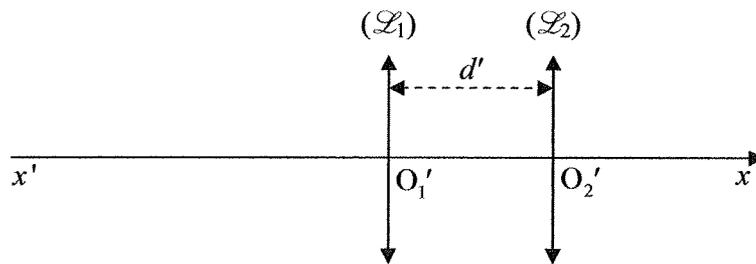


Figure 3

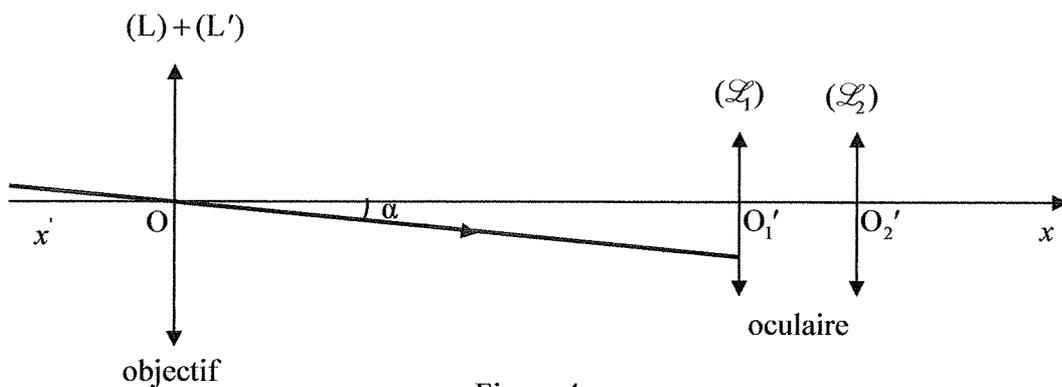


Figure 4

C) TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE D'UNE LUNETTE ASTRONOMIQUE.

La lunette astronomique est un système centré qui se compose:

- d'un objectif de distance focale f'_1 , assimilé à une lentille mince de centre optique O_1 , de diamètre D .
- d'un oculaire, système convergent que nous assimilerons également à une lentille mince de centre optique O_2 , de distance focale f'_2 et de diamètre d .

On prendra $f'_1 = 1,0$ m; $D = 10$ cm; $f'_2 = 50$ mm; $d = 16$ mm.

L'objectif donne d'un objet éloigné une image réelle, l'image objective, qui est observée au moyen de l'oculaire.

I) Grossissement et cercle oculaire.

1-1) L'objet observé est situé à l'infini.

Son diamètre apparent est égal à θ , angle sous lequel il est vu en l'absence de lunette.

Pour que l'œil de l'observateur n'accomode pas, l'image donnée par la lunette doit être située à l'infini.

Indiquer la position et la taille de l'image objective ainsi que les positions relatives du foyer image F'_1 de l'objectif et du foyer objet F_2 de l'oculaire.

Comment désigne-t-on un tel système optique ?

Calculer le diamètre apparent de l'image finale donnée par la lunette.

1-2) Définir le grossissement de la lunette et calculer sa valeur.

1-3) On considère un point objet à l'infini sur l'axe optique de la lunette.

Calculer les valeurs des angles respectifs sous lesquels sont vus la monture de l'objectif et celle de l'oculaire depuis l'image objective du point considéré précédemment.

En déduire que le "diaphragme d'ouverture", ouverture qui limite le faisceau de rayons utilisés pour la formation de l'image, est constitué par la monture de l'objectif.

On considère maintenant deux objets ponctuels situés à l'infini, l'un sur l'axe optique, l'autre en dehors de l'axe optique.

1-4)

Dessiner soigneusement les rayons limites des faisceaux sortant de la lunette et issus de chacun des points précédents.

1-5) En déduire:

- que le diaphragme de champ de la lunette est constitué par la monture de l'oculaire.
- que tous les rayons lumineux sortant de la lunette traversent un disque, le cercle oculaire, dont le centre qui se trouve sur l'axe optique, est noté C' .

Donner la relation qui existe entre le cercle oculaire et le diaphragme d'ouverture.

1-6) Déterminer la position de C' par rapport à O_2 et calculer le diamètre du cercle oculaire.

Où doit-on placer la pupille de l'œil quand on utilise la lunette; pourquoi?

Tournez la page S.V.P.

Les deux parties de ce problème sont indépendantes

CAPES 97

Première partie

I. Lunette de Galilée

En 1610, Galilée témoigne de ses travaux concernant la lunette qui portera bientôt son nom:

"..... Je me suis mis à penser aux moyens de fabriquer l'instrument. J'y parvins si parfaitement que j'en construisis un, formé d'un tube de fer, extérieurement recouvert d'un drap cramoisi et long d'environ trois quarts de coudée*, il comprenait deux lentilles de la grandeur d'un écu à chaque extrémité, l'une plan concave, contre laquelle on plaçait l'oeil, l'autre plan convexe ..."

* La coudée est une unité de mesure correspondant à 50 cm.

Lettre de Galilée à B. Landucci.

"... Quel spectacle magnifique et passionnant que de voir le corps lunaire, éloigné de nous de presque soixante rayons terrestres, rapproché au point de nous sembler éloigné seulement de deux rayons: son diamètre nous apparaît ainsi trente fois plus grand.... qu'à l'oeil nu ..."

adapté de Sidereus Nuncius, le Messager des Étoiles; (Galilée).

I.1. Quelle est la nature des lentilles utilisées par Galilée ?

I.2. La lunette est réglée de façon à donner d'une étoile, (objet à l'infini), une image à l'infini ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue puisqu'il voit sans accommodation. Dans ces conditions la lunette est dite "afocale".

I.2.1. Préciser et justifier la position des foyers dans une lunette "afocale".

I.2.2. Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' dans les conditions de Gauss.

I.2.3. Déterminer l'expression du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette en fonction de f_1 distance focale de l'objectif, et f_2 distance focale de l'oculaire.

I.2.4. Montrer, en utilisant le texte de Galilée, que le grossissement de sa lunette est à peu près égal à 30; en déduire les valeurs approximatives des distances focales et des vergences de chacune des lentilles utilisées.

I.3. Du haut du Campanile de Venise les sénateurs vénitiens invités par Galilée, observent avec cette lunette en direction de Murano, distante de deux kilomètres et demi. Ils distinguent avec enthousiasme le mouvement des gens!

I.3.1. Sous quel angle les personnes de 1,70 m sont-elles observées à travers l'instrument?

I.3.2. À quelle distance les sénateurs ont-ils, dans ces conditions, l'impression de voir les habitants de Murano, si l'on se réfère aux textes de Galilée reportés ci-dessus?

Tournez la page S.V.P.

II. La lunette astronomique

Extrait d'un catalogue de matériel de physique présentant les caractéristiques d'une lunette astronomique:

" 6 grossissements G possibles : 40, 64, 80, 128, 133, 266.

Longueur du tube oculaire: 82 cm.

Objectif diamètre $D = 60$ mm achromatique traité. Distance focale 800 mm.

Chercheur réticulé de grossissement 5 fois; diamètre de son objectif = 24 mm.

La lunette possède une monture azimutale à deux déplacements dans le sens vertical et le sens horizontal. Mise au point par crémaillère.

Livré avec trois oculaires convergents de distance focale : 20,0 ; 12,5 et 6,0 mm et une lentille de Barlow (doublant les grossissements de chaque oculaire)"

Un astronome amateur observe, avec cette lunette, la planète Mars dont le diamètre est de 6 800 km environ. Pendant une observation, on admet que la distance Terre-Mars est quasiment constante, et égale à $7,0 \cdot 10^7$ km. Il existe de nombreux cratères sur Mars dont le plus grand, le bassin d'Hellas, possède un diamètre de 1 600 km.

II.1. Sans respecter les échelles, schématiser les positions des lentilles de la lunette lorsque celle-ci est réglée sur l'infini. Représenter le devenir d'un faisceau lumineux issu d'un point situé à l'infini sur l'axe optique.

II.2. Déterminer, pour cette lunette astronomique, l'expression du grossissement défini par le catalogue, $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$, en fonction de la distance focale f'_1 de l'objectif et de la distance focale f'_2 de l'oculaire.

II.3. On se propose d'étudier le champ de cette lunette astronomique. Dans l'espace objet, le "champ objet" comprend toutes les directions de l'espace comprises à l'intérieur d'un cône de révolution autour de l'axe optique. On le définit par l'angle au sommet $2u$ de ce cône. De la même façon, les rayons émergents de l'instrument sont situés à l'intérieur d'un cône d'angle au sommet $2u'$; (figure 1).

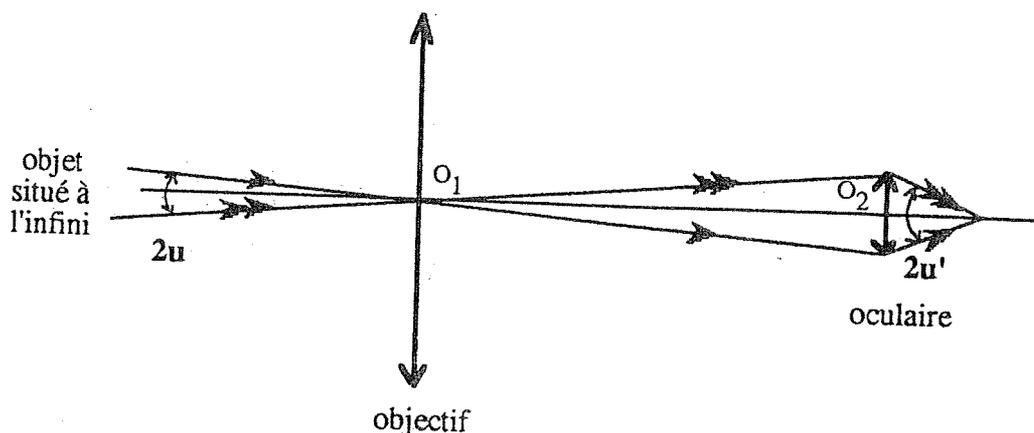


figure 1

II.3.1. Dans le cas de la lunette astronomique étudiée, l'astronome amateur voit l'image sous un angle maximal $2u'$ estimé à 30° . Calculer l'angle $2u$ correspondant au champ objet de la lunette pour un grossissement de 40, puis de 266.

II.3.2. Expliquer la présence du "chercheur réticulé" qui est associé à toute lunette de fort grossissement.

II.3.3. Voit-on la planète Mars en entier avec le plus fort grossissement? Qu'en serait-il si l'amateur regardait la Lune? Justifier les réponses.

On considère que la distance Terre-Lune est égale à 380 000 km et le diamètre de la Lune égal à 3 400 km.

II.4. Une lunette astronomique permet d'observer des astres qui ne sont guère lumineux. Pour recueillir le maximum de lumière on utilise des objectifs de grand diamètre. Tous les rayons incidents qui pénètrent dans l'objectif de la lunette donnent des rayons émergents qui, à la sortie de l'instrument, passent à l'intérieur d'un cercle appelé "cercle oculaire".

II.4.1. Établir la relation qui lie le diamètre d du cercle oculaire, le diamètre D de l'objectif et le grossissement G .

II.4.2. L'amateur utilise la lunette avec le grossissement 133

Quel est l'oculaire associé à l'objectif ?

Déterminer, dans ces conditions, le diamètre et la position du cercle oculaire.

Où faut-il placer l'oeil pour avoir une observation optimale?

II.5. On admet que le pouvoir de résolution de l'objectif est donné par la relation:

$$\beta = 1,22 \frac{\lambda}{D}; \quad \text{on prendra } \lambda = 550 \text{ nm.}$$

II.5.1. Quel est le phénomène qui limite le pouvoir de résolution de l'objectif?

II.5.2. Quelle est la distance linéaire minimale de deux points A et B sur Mars que l'observateur peut distinguer dans ces conditions?

II.5.3. Peut-on, en conclusion, discerner certains détails du bassin d'Hellas ?

III. Mesure de la distance angulaire entre deux étoiles proches

Pour mesurer la distance angulaire séparant deux étoiles proches S_1 et S_2 , au XIX^e siècle, Fizeau a proposé de placer un écran percé de deux fentes infiniment fines, d'écartement variable a , devant l'objectif d'une lunette astronomique. À l'aide de l'oculaire, on observe un système de franges dans le plan focal image de l'objectif.

III.1. On considère d'abord un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 550 \text{ nm}$ qui éclaire normalement un écran (E) opaque percé de deux fentes.

Après l'écran on dispose une lentille convergente de focale $f'_1 = 800 \text{ mm}$ et de foyer image F'_1 . Les deux fentes sont infiniment fines, identiques, parfaitement transparentes, de grande dimension b selon F'_1z . Leurs centres O_1 et O_2 sont distants de a .

Un récepteur "ponctuel" explore le champ d'interférences en $M(0,y,0)$ de coordonnée y , tel que, $|y| \ll f'_1$ dans le repère $(F'_1, F'_1x, F'_1y, F'_1z)$.

Tournez la page S.V.P.

III.1.1. Montrer que la différence de marche au point $M(0,y,0)$ entre les deux ondes provenant respectivement de O_1 et O_2 (figure 2), peut se mettre sous la forme $\delta = a \frac{y}{f'_1}$.

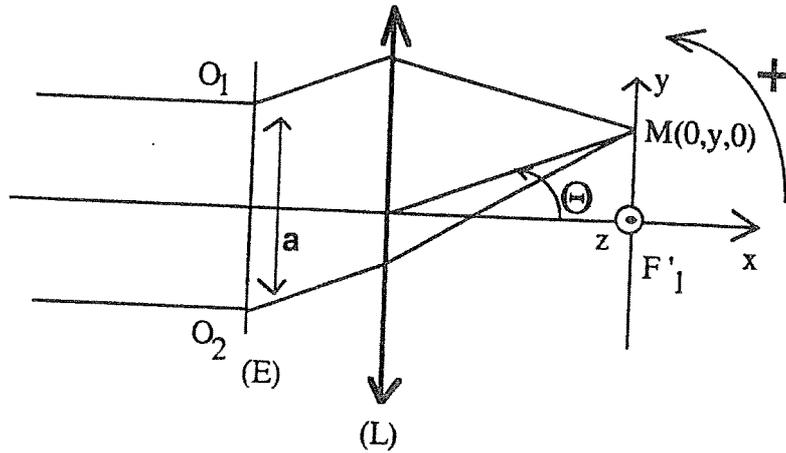


figure 2 ; (l'échelle n'est pas respectée).

III.1.2. Exprimer l'éclairement énergétique, ou intensité lumineuse, $I(y)$ enregistré par le récepteur ponctuel placé en M en fonction des variables a , y , λ et f'_1 . Quel phénomène met-on en évidence?

Donner l'allure de $I(y)$ en fonction de y .

Établir l'expression de l'interfrange et donner sa valeur pour $a = 1 \text{ mm}$.

III.2. On observe maintenant deux étoiles voisines S_1 et S_2 , identiques .

S_1 est située sur l'axe de la lunette, et l'écart angulaire entre les deux sources S_1 et S_2 est ϵ_1 ; (figure 3).

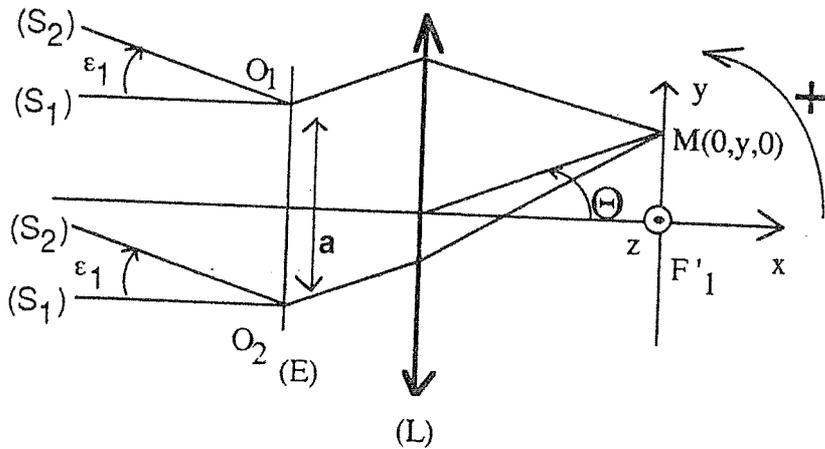


figure 3; (l'échelle n'est pas respectée).

III.2.1. Exprimer la loi de répartition de l'éclairement énergétique $I(y)$ dans le plan focal image de l'objectif, donnée par la source S_1 seule, puis par la source S_2 seule.

III.2.2. Montrer que la loi de répartition due aux deux sources incohérentes S_1 et S_2 observées simultanément peut se mettre sous la forme:

$$I(y) = K \left(1 + \cos \left(\pi \frac{\delta'}{\lambda} \right) \cos \left(2\pi \frac{\delta}{\lambda} + \pi \frac{\delta'}{\lambda} \right) \right)$$

avec $\delta' = -a \epsilon_1$ et $\delta = a \frac{y}{f'_1}$; K est une constante.

Établir les expressions de l'éclairement énergétique maximal I_{\max} et minimal I_{\min} dans le plan focal image de l'objectif.

On caractérise le contraste par le facteur de visibilité C :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Établir son expression en fonction de δ' et λ .

III.3. Sur quel paramètre peut-on agir pour obtenir $C = 0$?

Avec la lunette étudiée précédemment ($f'_1 = 800$ mm; $\lambda = 550$ nm; $D = 60$ mm) dans les conditions optimales, calculer la valeur de la distance angulaire $|\varepsilon_1|$ entre S_1 et S_2 correspondant au premier brouillage des franges obtenu en augmentant a .

III.4. Pour déterminer une distance angulaire $|\varepsilon_1|$ plus petite, quelle caractéristique du dispositif faut-il modifier ? Qu'en conclut-on sur les dimensions que doit avoir l'objectif ?

Les réponses aux questions qualitatives devront être justifiées. Les applications numériques et la discussion de la pertinence des résultats seront prises en compte.

Données numériques générales

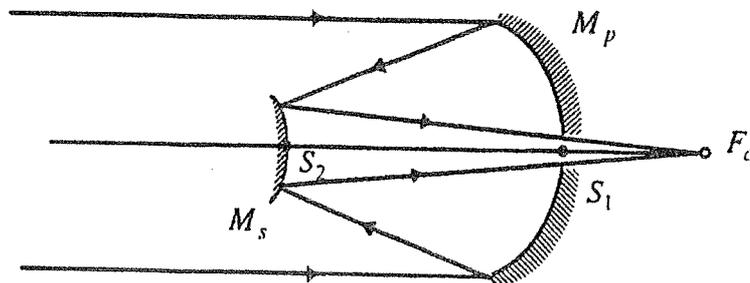
- Constante de la gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
 Masse de la Terre : $M_T = 5,976 \times 10^{24} \text{ kg}$
 Rayon équatorial de la Terre : $R_T = 6398 \text{ km}$
 Masse molaire atomique de l'hydrogène : $M_H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$
 Masse molaire atomique de l'oxygène : $M_O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$
 Constante molaire des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
 Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \times 10^{23} \text{ J.K}^{-1}$
 Pouvoir séparateur de l'œil : $\alpha_{\text{im}} = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$

A. Interférométrie stellaire optique

Imaginée dès 1868 par Fizeau, qui en établit la théorie, l'interférométrie stellaire dans le domaine optique ne parvint à maturité qu'un siècle plus tard. Les premières tentatives expérimentales, dues à Fizeau et Stéphan, disposant d'un télescope d'un mètre de diamètre, et visant des étoiles parmi les plus lumineuses, se soldèrent par un échec. Dès 1890, Michelson parvient à valider la méthode en retrouvant les dimensions des satellites de Jupiter. Ce n'est qu'en 1920 que Michelson et Pease réussissent, pour la première fois, à l'aide du télescope de 2,5 mètres de diamètre du mont Wilson, à déterminer le diamètre angulaire d'une étoile (Bételgeuse dans la constellation d'Orion). Cette étoile est une géante rouge dont ils évaluent le diamètre à 400 fois celui du Soleil. L'idée d'utiliser deux télescopes pour faire ensuite interférer les deux faisceaux qui en sont issus a longtemps été considérée comme irréalisable dans le domaine optique ; opérationnelle dans le domaine des ondes radio dès la fin de la Seconde Guerre mondiale, elle n'est passée au domaine optique que sous l'impulsion d'Antoine Labeyrie en 1970, qui obtient les premiers résultats en 1974. Toutefois, cette technique, désormais opérationnelle, a l'inconvénient de délivrer une information monodimensionnelle (écart angulaire) et est sérieusement concurrencée par l'optique adaptative, qui fournit une information bidimensionnelle (images). Depuis 1996 (étoile double Capella), l'utilisation de 3 télescopes ouvre à l'interférométrie optique l'accès à la synthèse d'images bidimensionnelles.

A.1. Optique géométrique

L'objectif d'un télescope est constitué d'un miroir primaire sphérique M_p , concave, dont le rayon de courbure sur l'axe optique est de 30 m, et un petit miroir sphérique secondaire M_s , convexe, de rayon de courbure 32 m. La distance entre les sommets S_1 et S_2 des deux miroirs est 9 m.



A.I.1. Dans la suite, on assimile le télescope à une lentille mince convergente L_1 , de centre O et de distance focale image $f_1' = 24$ m et de diamètre d'ouverture $D = 3,5$ m.

A.I.1.a) Citer les inconvénients d'une telle lentille mince par rapport au système original.

A.I.1.b) Quelles sont les raisons qui amènent à construire des télescopes de grand diamètre ?

A.I.2. Afin de permettre une observation visuelle, on associe à la lentille L_1 un oculaire que l'on peut schématiser par une lentille mince convergente L_2 de même axe optique et de distance focale image $f_2' = 2,5$ cm. Le centre optique O_2 de L_2 est placé de telle sorte que le système soit afocal (image à l'infini d'un objet à l'infini).

A.I.2.a) Quel est l'intérêt de ce réglage ?

A.I.2.b) Quelle est alors la distance entre les centres optiques des deux lentilles ?

A.I.2.c) Faire, sans respecter l'échelle, un schéma représentant la position relative des deux lentilles. Tracer la marche d'un faisceau incident parallèle, incliné d'un angle α par rapport à l'axe optique, et limité par la monture de la lentille L_1 .

A.I.3. On observe à travers le système l'étoile double Sirius, dont les deux composantes sont écartées d'un angle $\varepsilon \approx 3,8 \times 10^{-5}$ rad.

A.I.3.a) Les deux composantes de Sirius sont-elles séparées à l'œil nu ?

A.I.3.b) Devraient-elles être séparées par observation visuelle à travers le système ? Commenter.

A.II. Limitation due à la diffraction

Oz désigne l'axe optique de la lentille L_1 . On accole un diaphragme D devant la lentille L_1 équivalente au télescope et on observe la répartition de l'éclairement dans son plan focal image FXY , d'équation $z = f_1'$, au voisinage du foyer principal image F' .

A.II.1. Pour un diaphragme rectangulaire de côtés parallèles aux axes Ox et Oy , et de dimensions respectives a et b parallèlement à ces axes, on montre que, lorsque l'onde incidente est une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde λ , se propageant selon l'axe optique de L_1 , l'intensité lumineuse au point $P(X, Y)$ du plan focal image est de la forme

$$I(X, Y) = I_0 \sin_c^2 \left(\frac{\pi a X}{\lambda f_1'} \right) \sin_c^2 \left(\frac{\pi b Y}{\lambda f_1'} \right)$$

où l'on a introduit la fonction *sinus cardinal* définie par

$$\sin_c(x) = \frac{\sin x}{x}$$

A.II.1.a) Sans calcul préalable, représenter sur un schéma l'allure de la figure de diffraction lorsque le diaphragme est carré.

A.II.1.b) Donner l'inclinaison θ par rapport à l'axe optique d'un rayon qui parvient au point P de coordonnées $(X, 0)$ dans le plan focal image de la lentille. Donner l'expression de $I(\theta)$ pour le point $P(X, 0)$.

Tournez la page S.V.P.

A.II.1.c) Tracer la courbe représentative de $I(\theta)$. On appelle demi-largeur angulaire de la tache centrale de diffraction la distance angulaire entre le centre de la figure de diffraction et le premier minimum de I . Déterminer la demi-largeur angulaire $\Delta\theta$ dans la direction $F'X$ en fonction de a et λ .

A.II.2. Que devient la figure de diffraction dans le cas où $b \gg a$ et $b \gg \lambda$?

A.II.3. Comment est modifiée la figure de diffraction si l'onde incidente est inclinée par rapport à l'axe optique ? On envisagera une direction de propagation de vecteur unitaire

$$\vec{u}_0 = \varepsilon \vec{e}_x + \vec{e}_z \text{ avec } \varepsilon \ll 1.$$

A.II.4. On remplace le diaphragme carré par un diaphragme circulaire de rayon R .

A.II.4.a) Donner sur un schéma l'aspect de la figure de diffraction observée dans le plan $F'XY$. On n'effectuera aucun calcul et on se contentera d'exploiter les propriétés de symétrie.

A.II.4.b) On montre que la largeur angulaire de la tache centrale se déduit de celle qui a été obtenue pour le diaphragme carré en effectuant le changement

$$a \rightarrow \frac{R}{0,61}$$

Que devient la largeur angulaire de la tache centrale de diffraction ?

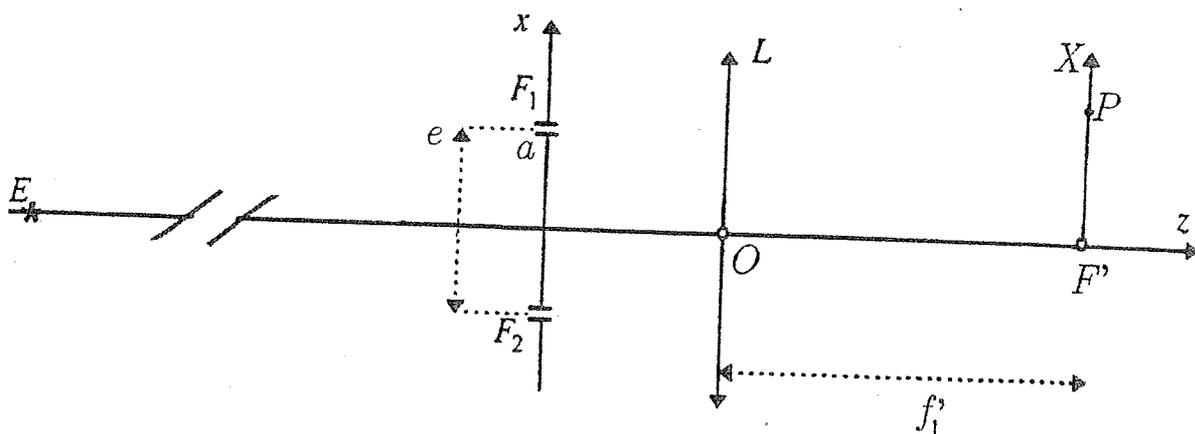
A.II.5. Le critère de Rayleigh indique que la limite de résolution d'un système optique est l'écart angulaire de deux objets mutuellement incohérents donnant des taches centrales de diffraction décalées de telle sorte que le maximum de l'une soit située sur le premier minimum nul de l'autre.

A.II.5.a) Le diaphragme étant la monture (circulaire) de la lentille équivalente de diamètre D , quelle est la limite de résolution du télescope pour une longueur d'onde λ ?

A.II.5.b) La résolution des composantes de Sirius est-elle remise en cause par la diffraction pour $\lambda = 635 \text{ nm}$?

A.III. Fentes de Young : méthode de Fizeau

Le diaphragme pupillaire est percé de deux fentes F_1 et F_2 (fentes de Young) de largeur a et de longueur b , et distantes de e .



A.III.1. a) Tracer la marche des rayons lumineux issus de l'étoile située sur l'axe de la lentille, qui interfèrent en P et mettre en évidence, en la justifiant, la différence de marche sur le schéma.

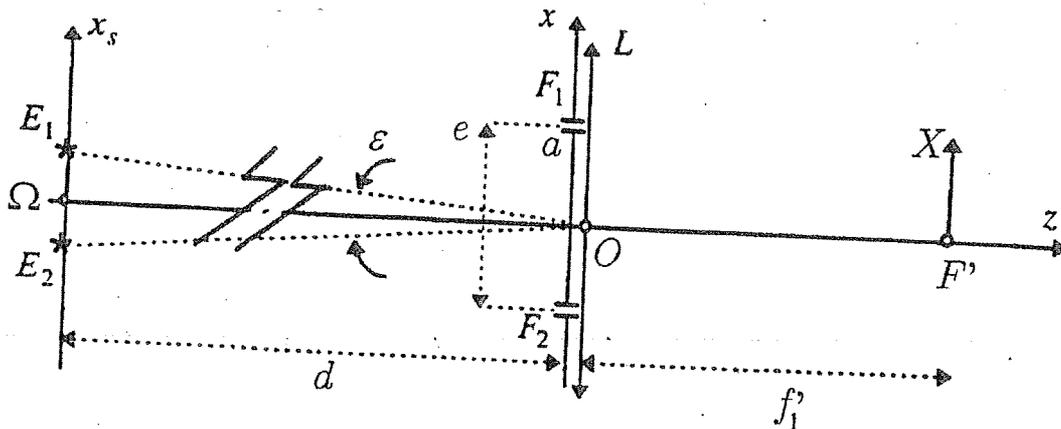
A.III.1.b) L'éclairement $I(X,0)$ dans le plan focal image de la lentille, peut se mettre, pour $Y=0$, sous la forme

$$I(X,0) = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi a X}{\lambda f'_1} \right) (1 + \cos \phi)$$

Exprimer ϕ en fonction de X et des données.

A.III.1.c) Que deviennent ϕ et $I(X,Y)$ pour $Y \neq 0$?

A.III.2. On pointe, avec le dispositif précédent, le centre Ω d'une étoile double symétrique ; cette étoile est constituée de deux sources primaires incohérentes E_1 et E_2 , de contributions égales en intensité : $I_{s1} = I_{s2} = I_s$. On oriente la direction définie par les fentes de telle sorte que $F_1 F_2$ passant par O soit parallèle à $E_1 E_2$. La largeur a de chacune des fentes est négligeable devant la distance e qui les sépare. On désigne par d la distance ΩO , x_{s1} la position de E_1 selon un axe Ωx_s parallèle à l'axe pupillaire Ox et x_{s2} la position analogue de E_2 . On a ici : $x_{s2} = -x_{s1}$.



A.III.2.a) Justifier par un schéma commenté que la différence de phase entre les deux voies en amont des fentes est, pour l'étoile E_1 :

$$\phi_1 = \frac{\pi e \varepsilon}{\lambda}$$

En déduire l'expression de l'éclairement I_1 en $P(X, 0, f'_1)$ dû à l'étoile E_1 .

A.III.2.b) Donner sans calcul l'expression de l'éclairement I_2 en P dû à l'étoile E_2 .

Quelles sont, en fonction de I_s, λ, e, X, f'_1 , et ε , les contributions de E_1 et E_2 à l'éclairement total au point P ?

A.III.2.c) Montrer que la répartition de l'éclairement devient uniforme pour certaines valeurs de la distance e . Soit e_1 la plus petite de ces valeurs ; montrer que sa détermination permet d'accéder à la distance angulaire ε qui sépare E_1 et E_2 .

A.III.2.d) Dans le cas de Capella, supposée symétrique dans le visible, pour $\lambda = 635 \text{ nm}$, on a trouvé $e_1 = 116,5 \text{ cm}$. En déduire ε en seconde d'arc.

Tournez la page S.V.P.

C : Modélisation d'un microscope

"Là où finit le télescope, le microscope commence.

Lequel des deux a la vue la plus grande? "

VICTOR HUGO

Le plus simple des microscopes visuels est constitué de deux lentilles convergentes considérées comme minces. La première, l'objectif, devra donner de l'objet une image agrandie. La seconde, l'oculaire, rendra cette image observable à l'œil.

Dans toute cette partie on notera L les lentilles minces, O la position de leur centre optique, F celle du foyer objet et F' du foyer image.

On notera AB les objets, A étant leur position sur l'axe optique et \overline{AB} leur "taille" algébrique. Ces objets seront considérés comme plans et perpendiculaires à l'axe optique.

C.I Optique géométrique. Généralités.

C.I.1. Rayon lumineux.

C.I.1.a. Qu'appelle-t-on rayon lumineux ? Quels liens y-a-t-il entre une onde électromagnétique et le rayon lumineux qui lui est associé ?

C.I.1.b. Citer et décrire un phénomène qui ne s'explique que par la théorie ondulatoire de la lumière.

C.I.1.c. Citer et décrire un phénomène qui ne s'explique que par la théorie corpusculaire de la lumière.

C.I.2. Systèmes optiques.

C.I.2.a. Qu'appelle-t-on stigmatisme ? Est-il rigoureux dans les systèmes optiques usuels?

C.I.2.b. Définir ce qu'est un objet, une image au sens de l'optique géométrique.

C.I.2.c. Qu'appelle-t-on aplanétisme ?

C.I.2.d. Qu'appelle-t-on foyer image d'un système optique ? Comment peut-on le déterminer expérimentalement de façon très simple ?

C.I.3. Les lentilles minces.

C.I.3.a. Qu'est-ce qu'une lentille? Qu'appelle-t-on lentille mince ?

C.I.3.b. Comment peut-on distinguer une lentille convergente d'une lentille divergente ?

C.I.3.c. Dans le cas des lentilles minces, définir la notion d'image ponctuelle et d'objet ponctuel.

C.I.3.d. On observe à l'aide d'un système optique un objet \overline{AB} très lointain. D'où proviennent les rayons que l'on trace parallèles à l'axe optique ?

C.I.3.e. Rappeler les formules de conjugaison de Descartes et de Newton.

C.II Modélisation d'un microscope.

C.II.1. L'objectif

L'objectif sera réalisé avec une lentille convergente L_1 , placée en O_1 , de distance focale $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$.

On prendra, graphiquement, $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = 1$ cm, $\overline{O_1A} = -1,5$ cm, $\overline{AB} = a = 0,5$ cm.

C.II.1.a. Construire $\overline{A_1B_1}$, l'image de \overline{AB} à travers L_1 .

C.II.1.b. Grandissement.

Définir puis calculer le grandissement γ_1 de cette lentille en fonction de f'_1 et $p_1 = \overline{O_1A}$.

C.II.1.c. Agrandissement.

Où doit-on placer un objet \overline{AB} pour que son image $\overline{A_1B_1}$ à travers L_1 soit réelle et agrandie ?

C.II.2. L'oculaire.

C.II.2.a. Peut-on observer une image réelle directement à l'œil nu ?

Tournez la page S.V.P.

C.II.2.b. Où faut-il placer l'oculaire L_2 pour que l'œil puisse observer l'image $\overline{A'B'}$ de $\overline{A_1B_1}$ à travers L_2 sans accommodation ?

C.II.2.c. On place l'oculaire L_2 à l'endroit déterminé au II.2.b. ; de plus on prendra, graphiquement $f_2' = 4 \text{ cm}$. Peut-on dessiner l'image $\overline{A'B'}$ de $\overline{A_1B_1}$?

C.II.2.d. Représenter l'angle α' sous lequel on voit $\overline{A'B'}$ et exprimer cet angle en fonction de γ_1 , a et f_2' .

C.II.3. Doublet de lentilles minces.

On appelle doublet de lentilles minces, une association de deux lentilles L_1 et L_2 .

On caractérise ce doublet par f_1' et f_2' , les distances focales, et par l'écartement $\Delta = \overline{F_1'F_2'}$.

C.II.3.a. Dans le cas général, donner les positions des foyers F et F' du doublet en fonction de O_1 , O_2 , f_1 , f_2 et Δ , si nécessaire.

C.II.3.b. Vérifier graphiquement ces positions dans le cas du microscope dessiné au C.II.2.c.

C.III Caractéristiques d'un microscope.

C.III.1 Grossissement commercial d'un instrument optique.

On rappelle que le grossissement commercial d'un instrument optique est $G_c = \frac{\alpha'}{\alpha_{\text{réf}}}$

avec $\alpha_{\text{réf}}$ l'angle sous lequel un observateur verrait \overline{AB} à une distance *conventionnelle* $d_{\text{pp}} = 250 \text{ mm}$, et α' l'angle sous lequel on voit l'image dans l'instrument optique.

C.III.1.a. Oculaire

En s'aidant du dessin, calculer le grossissement commercial de l'oculaire G_{c2} d'un microscope en fonction de f_2' et d_{pp} .

C.III.1.b. Microscope.

Exprimer le grossissement du microscope en fonction de G_{c2} et γ_1

C.III.1.c. Puissance du microscope.

On rappelle que la puissance commerciale P d'un instrument d'optique est définie par $P = \alpha' / \overline{AB}$. Avec les notations définies au début du C.III.1.

Calculer celle d'un microscope en fonction de γ_1 et f_2' . On précisera son unité.

C.III.2. Notion de profondeur de champ.

L'œil normal peut voir entre le Punctum Proximum PP situé à une distance $d_{\text{pp}} = 25 \text{ cm}$ de l'œil, et le Punctum Remotum PR situé à une distance infinie d_{pr} .

C.III.2.a. Le microscope étant réglé pour regarder sans accommodation l'objet A tel que $O_1A = -1,5 \text{ cm}$, donner l'ensemble des points A_1 que peut voir l'œil lorsqu'il est placé au niveau du cercle oculaire.

C.III.2.b. Quel est alors l'ensemble des points objets situés sur l'axe que l'œil pourra voir ?

C.IV Observer au microscope.

C.IV.1. Schéma de principe d'un microscope (ci-dessous)

C.IV.1.a. À partir de la coupe théorique d'un microscope, expliquer le rôle de chacun des éléments.

C.IV.1.b. Quelles différences y a-t-il entre le modèle simplifié et la coupe théorique ? Essayer de les justifier.

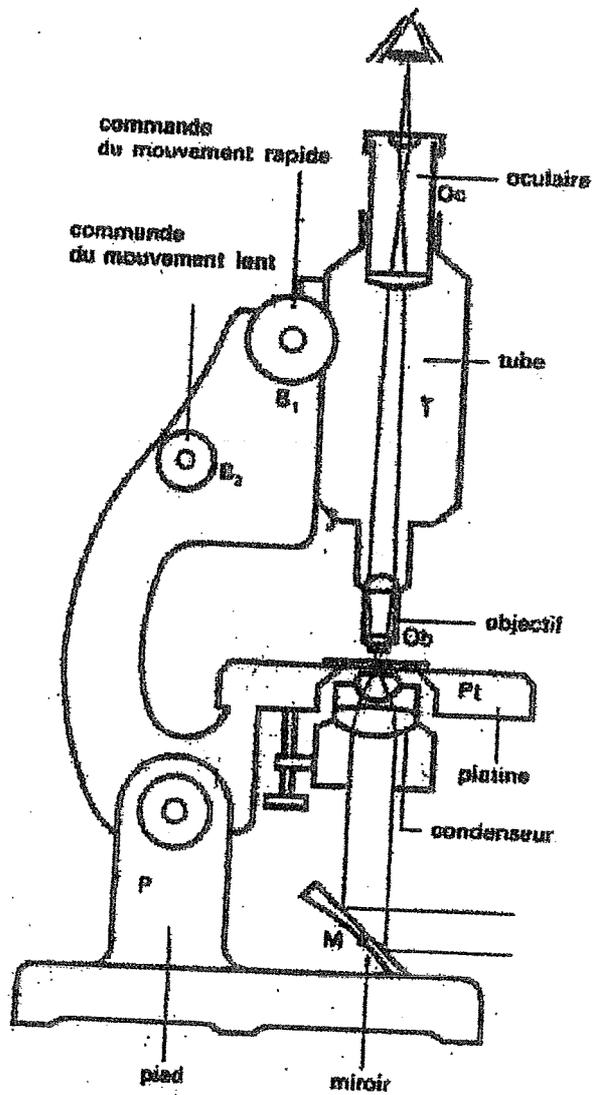
C.IV.1.c. Dans de nombreux instruments d'optique, dont le microscope, on voit un réticule. Quelle est la fonction de ce réticule ?

C.IV.1.d. Dans le cas d'un microscope, on dispose de plusieurs oculaires formés de doublets ; où doit-on placer le réticule pour qu'il soit observable sans fatigue à l'œil nu ?

C.IV.2. Observation au microscope

C.IV.2.a. Proposer un protocole expérimental pour observer un objet au microscope.

C.IV.2.b On dispose d'un réticule étalonné sur une plaque. Proposer une méthode pour mesurer la taille d'un objet microscopique, un cheveu par exemple. Peut-on en déduire le grossissement du microscope ?



MICROSCOPIES À HAUTE RÉOLUTION

Ce problème est constitué de deux parties et traite de techniques avancées de microscopie : la microscopie optique confocale (partie A) et la microscopie électronique à balayage (partie B).

Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties sont relativement indépendantes entre elles.

Partie A Microscope optique confocal

La technique de microscopie confocale est un développement moderne de la microscopie optique classique. Elle permet de visualiser, de façon extrêmement précise, des objets (tels les cellules biologiques) section par section et de fournir une vision tridimensionnelle de ceux-ci.

Le principe de base de la microscopie confocale a été proposé par Marvin Minsky dès le milieu du XX^e siècle mais il a fallu attendre 1987 pour que le premier instrument commercial voie le jour. Un schéma de principe très simplifié d'un microscope confocal est proposé sur la figure 1 et on se propose de l'analyser progressivement.

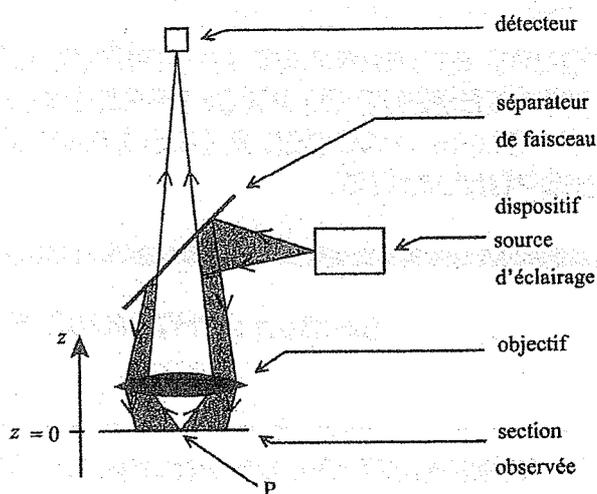


fig. 1 – Schéma simplifié du microscope confocal

A.I Étude de la source lumineuse

A.I.1 L'éclairage de l'échantillon est réalisé à partir d'une source lumineuse qui peut être un laser ou une lampe spectrale.

A.I.1.a De quand datent les premiers lasers ? Citer deux types de lasers. Donner une application médicale du laser.

A.I.1.b Énoncer deux propriétés physiques spécifiques du faisceau laser. Pourquoi la lumière émise par une lampe spectrale ne les possède-t-elle pas ?

A.I.1.c Un laser émettant à la longueur d'onde 632,8 nm donne un faisceau de quelle couleur ?

A.I.2 La figure 2 représente le profil d'intensité spectrale simplifié d'une lampe à vapeur de mercure.

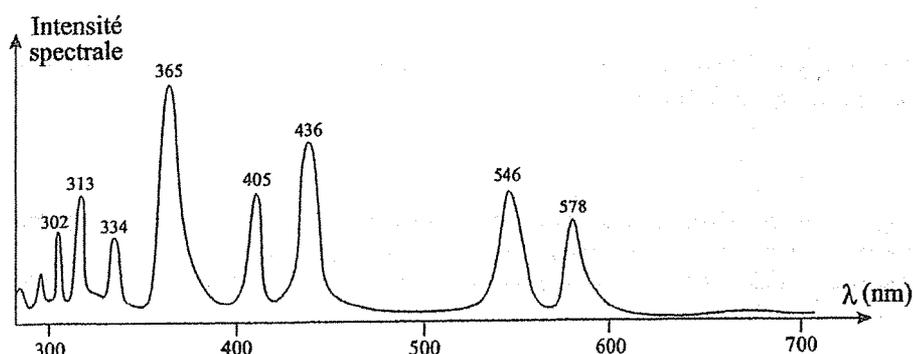


fig. 2 – Profil d'intensité spectrale d'une lampe à vapeur de mercure

A.I.2.a Définir ce qu'est un spectre lumineux. En quelle classe cette notion est-elle abordée pour la première fois par les élèves ?

A.I.2.b Proposer et décrire, schéma à l'appui, une expérience simple qu'un élève pourrait faire pour visualiser sur un écran le spectre de la lampe à vapeur de mercure.

A.I.2.c Dans quel domaine spectral se trouve la longueur d'onde 365 nm ? Dessiner, compte tenu de la figure 2, l'allure de ce que l'on observe sur l'écran. On précisera par une légende adaptée les couleurs en jeu.

A.II Rôle du séparateur de faisceau

Le séparateur de faisceau (figure 1) est assimilé ici à une lame semi-réfléchissante fine et joue le rôle d'un miroir plan pour une fraction du faisceau lumineux incident depuis la source (la fraction transmise n'est pas représentée sur la figure 1).

A.II.1 Rappeler les lois qui permettent la construction d'un rayon réfléchi par un miroir plan.

A.II.2 Représenter avec soin sur une figure le point image A' d'un point objet réel A par un miroir plan. Cette image est-elle réelle ou virtuelle ? On justifiera la réponse.

A.III Éléments d'optique géométrique autour de l'objectif de microscope

L'objectif de microscope a un double rôle : il assure d'une part le bon éclairage de l'échantillon étudié et, d'autre part, il conjugue un point P de celui-ci au détecteur (figure 1).

On s'intéresse ici à la mesure expérimentale de la distance focale de l'objectif de microscope seul, modélisé par une lentille mince convergente.

A.III.1 Définir ce qu'est la distance focale d'une lentille mince.

A.III.2 Énoncer les conditions de Gauss et la formule de conjugaison de Descartes. On admet la validité de la formule pour la suite.

A.III.3 Citer les noms de deux méthodes classiques permettant la mesure de la distance focale d'une lentille mince convergente. Décrire l'une de ces méthodes.

A.III.4 Un objectif de microscope a-t-il une distance focale plutôt grande ou plutôt faible ? Pourquoi les méthodes classiques précédentes sont-elles peu adaptées pour la mesure de la distance focale d'un objectif de microscope ?

A.III.5 On propose une méthode de mesure de la distance focale f' de l'objectif.

- On modélise l'objectif par une lentille mince de distance focale f' .
- L'objet est une mire placée orthogonalement à l'axe optique de l'objectif (en amont de son foyer objet). Elle est constituée de graduations de pas $a = 0,1$ mm et de sous-graduations. Elle est éclairée par une lampe quartz-iode (lumière blanche).
- On visualise sur un écran l'image de cette mire par l'objectif qui a un pas a' que l'on mesure (les sous-graduations présentes sur la mire permettent de mieux juger de la netteté de l'image obtenue).

A.III.5.a Faire une figure représentant la lentille, un point objet B quelconque de la mire, son image B' et les rayons de construction de celle-ci. Quel est le signe du grandissement γ ?

A.III.5.b Trouver l'expression de γ en fonction de f' et de la distance p' entre la lentille et l'écran. En déduire que

$$f' = \frac{p'}{1 - \gamma} \quad (1)$$

A.III.5.c Quelle est l'expression de l'incertitude relative $\Delta f'/f'$ sur la distance focale ?

A.III.5.d Un élève a réalisé les mesures suivantes pour un objectif donné : $p' = 280 \pm 15$ mm et $a' = 1,75 \pm 0,05$ mm. En déduire les valeurs de f' , de $\Delta f'/f'$ et de $\Delta f'$. Comparer la distance focale de l'objectif à celles des lunettes de vue.

A.III.5.e Selon vous, que doit-on prendre en compte pour évaluer l'incertitude de mesure sur p' dans cette expérience ?

A.III.5.f On peut lire sur l'objectif qu'il possède un grandissement $\times 10$. Cela veut dire que le grandissement absolu obtenu pour une image formée par l'objectif à la distance $\Delta = 16$ cm au-delà de son foyer image équivalent est $\gamma_{ob} = 10$. Quelle est la distance focale associée avec la lecture du grandissement $\times 10$? Y a-t-il accord avec la mesure précédente ?

A.IV Résolution optique du microscope

A.IV.1 L'ouverture numérique de l'objectif de microscope est par définition $\omega_0 = n \sin u$ où n est l'indice du milieu dans lequel plonge l'objectif et u est l'angle maximum par rapport à l'axe optique des rayons issus de P (figure 1) arrivant sur l'objectif.

A.IV.1.a Calculer en degrés l'angle maximum u_a dans le cas de l'objectif $\times 10$, d'ouverture numérique $\omega_0 = 0,25$, plongé dans de l'air.

A.IV.1.b Le microscope est plus performant pour la visualisation des détails de l'échantillon avec un objectif $\times 100$ d'ouverture numérique $\omega_0 = 1,30$, plongé dans de l'huile (indice $n = 1,52$). Calculer, toujours en degrés, l'angle maximum u_h dans ce cas.

A.IV.1.c Le microscope est-il toujours utilisé dans les conditions de Gauss ? Pourquoi est-il souhaitable d'avoir un angle u important, pour une observation pratique de l'échantillon, la distance objectif-échantillon étant fixée ?

A.IV.1.d Définir la notion de stigmatisme. Quel type d'aberrations doit-on corriger finalement ici ?

A.IV.2 On suppose, pour toute la suite, que l'objectif est suffisamment corrigé du type précédent d'aberrations ; le microscope est dit limité en résolution par la diffraction.

A.IV.2.a Qu'appelle-t-on limite de résolution (ou pouvoir séparateur) d'un instrument d'optique ?

A.IV.2.b Décrire une expérience réalisable en classe permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction. De quels paramètres dépend la diffraction dans cette expérience ?

A.IV.2.c Pour évaluer la limite de résolution du microscope, on met à la place de l'échantillon un réseau périodique de pas d , éclairé en incidence normale par une lumière monochromatique cohérente de longueur d'onde λ_0 . Le réseau est plongé dans un milieu d'indice n .

Montrer simplement que le réseau diffracte la lumière essentiellement dans les directions données par les angles i_k (k entier relatif) par rapport à sa normale tels que

$$\sin i_k = k \frac{\lambda_0}{n d} \quad (2)$$

Toutes les valeurs de k sont-elles possibles dans cette formule ?

A.IV.2.d Qu'observe-t-on avec le microscope si on ne laisse passer que l'ordre $k = 0$ du réseau ? Expliquer pourquoi on estime commencer à distinguer le réseau par le microscope si $u \geq i_1$.

A.IV.2.e En déduire une estimation de la limite de résolution du microscope en fonction de λ_0 et ω_0 .

A.IV.2.f En pratique, en microscopie confocale, c'est l'objectif qui limite la résolution du microscope et le critère de Rayleigh indique que la limite de résolution est de l'ordre de

$$d_{\min} \simeq 0,5 \frac{\lambda_0}{\omega_0} \quad (3)$$

Expliquer, schéma(s) à l'appui, ce qu'est le critère de Rayleigh.

A.IV.2.g Comment peut-on améliorer le pouvoir séparateur du microscope? Calculer la limite de résolution obtenue pour $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ pour l'objectif $\times 10$ dans l'air et l'objectif $\times 100$ dans l'huile.

A.IV.3 La performance du microscope confocal en profondeur, c'est-à-dire sa capacité à séparer des détails suivant la direction verticale, est caractérisée par l'étude de la réponse obtenue pour un échantillon horizontal infiniment fin en $z = 0$ (figure 1).

On enregistre l'intensité I reçue par le détecteur en fonction de la position z du point de focalisation P sous l'objectif. La figure 3 représente le tracé partiel de $I(Z)$, fonction paire de la variable réduite Z définie par

$$Z = \frac{8\pi n}{\lambda_0} z \sin^2 \frac{u}{2}$$

A.IV.3.a Définir la profondeur de champ d'un instrument d'optique utilisé avec un détecteur ponctuel.

A.IV.3.b La largeur à mi-hauteur Δz de la courbe représentative de $I(z)$ définit la profondeur de champ du microscope confocal. Calculer pour $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ la profondeur de champ obtenue, d'une part, avec l'objectif $\times 10$ dans l'air et, d'autre part, avec l'objectif $\times 100$ dans l'huile. Comparer avec le microscope optique classique.

A.IV.3.c Avec l'appui d'une construction d'optique géométrique simple (en remplaçant l'objectif de microscope par une lentille mince équivalente), expliquer finalement pourquoi le détecteur ponctuel enregistre essentiellement des informations venant du point de focalisation P (figure 1).

A.IV.3.d Comment amélioreriez-vous le montage afin que le microscope confocal donne accès à une image tridimensionnelle d'un échantillon non opaque (une bactérie par exemple)?

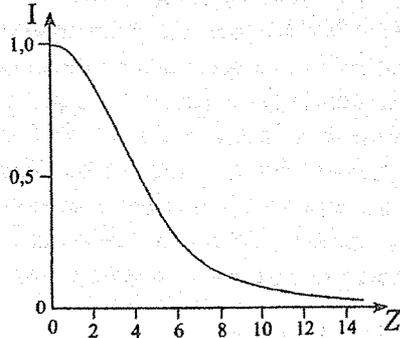


fig. 3 - Tracé de l'intensité $I(Z)$

A.V Fluorescence

Le microscope confocal peut être utilisé pour réaliser une image d'un échantillon marqué par des fluorophores. Cela permet de réaliser une imagerie sélective dynamique, de tissus vivants par exemple.

Les fluorophores sont des molécules qui absorbent la lumière dans un certain domaine spectral et la réémettent dans un domaine différent (luminescence). Par exemple, les profils spectraux en absorption et en émission du fluorophore FITC (isothiocyanate de fluorescéine) sont donnés sur la figure 4.

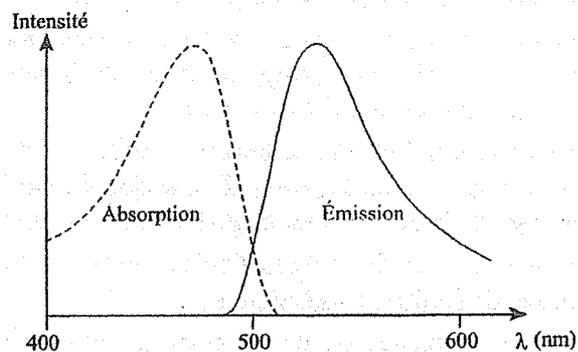


fig. 4 - Profils spectraux du FITC

Dans un microscope confocal à fluorescence, le séparateur de faisceau (figure 1) n'est pas une lame semi-réfléchissante mais un séparateur dichroïque : ce dispositif réfléchit, comme un miroir plan, plus ou moins la lumière suivant sa longueur d'onde.

Le microscope confocal à fluorescence est techniquement conçu de sorte que l'image de l'échantillon obtenue soit due *uniquement* à la lumière fluorescente émise par les fluorophores.

A.V.1 La luminescence regroupe les effets de fluorescence et de phosphorescence, ce dernier cas se distinguant du premier par l'existence d'un temps de latence long entre l'absorption et l'émission. Citer un exemple d'objet de la vie de tous les jours qui est phosphorescent.

A.V.2 On considère un microscope confocal utilisé pour observer un échantillon marqué par des fluorophores FITC et équipé d'une lampe à vapeur de mercure pour l'éclairage, dont le spectre a été donné sur la figure 2. L'objectif du microscope ne transmet que les longueurs d'onde supérieures à 400 nm.

A.V.2.a Tracer qualitativement l'allure d'un profil spectral de transmission plausible pour le séparateur dichroïque de faisceau. On justifiera la réponse.

A.V.2.b Un filtre, appelé filtre d'excitation, est placé devant la lampe à vapeur de mercure. Compte tenu de la *figure 4*, proposer, avec justification, l'allure d'un profil spectral de transmission cohérent pour ce filtre.

A.V.2.c On place un filtre, appelé filtre d'arrêt, devant le détecteur. On propose deux filtres dont les profils spectraux de transmission sont représentés sur la *figure 5*. Lequel de ces filtres vous semble être le plus adapté (sachant que la lumière fluorescente est de faible intensité par rapport à la lumière d'excitation et que le séparateur dichroïque laisse passer une faible partie des basses longueurs d'onde) ?

A.VI Synthèse

Proposer en quelques lignes une synthèse qui pourrait expliquer à un élève le fonctionnement d'un microscope optique confocal à fluorescence.

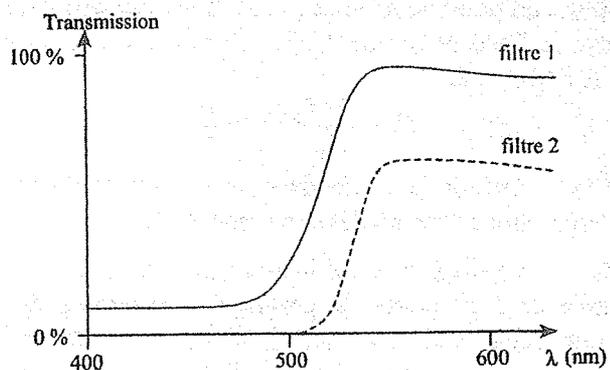


fig. 5 – Profils spectraux de deux filtres

Partie B Microscope électronique à balayage

On envisage dans cette partie une autre technique de microscopie : la microscopie électronique à balayage. Cette technique repose sur plusieurs points :

- Il existe des sources à électrons (canons thermoélectroniques à filaments de tungstène ou LaB_6 , canons à émission de champ) et les électrons peuvent être accélérés suffisamment pour créer un faisceau homocinétique dans le vide.
- Les électrons présentent, comme la lumière, une dualité onde-corpuscule. Ils peuvent se comporter comme une onde de longueur d'onde donnée par la relation de De Broglie $\lambda = h/p$ où h est la constante de Planck et p est la quantité de mouvement de l'électron.
- Il est possible de dévier et focaliser un faisceau d'électrons (utilisation de déflecteurs électromagnétiques et de lentilles magnétiques).
- Les électrons interagissent avec la matière et entraînent la production de rayonnements mesurables par des détecteurs.

Le schéma de principe d'un microscope électronique à balayage est donné sur la *figure 6* (voir page suivante). On donne $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s et on pose $c = 3,0 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ la célérité de la lumière dans le vide, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C la charge élémentaire et $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg la masse de l'électron.

La partie B.I comprend des questions faisant intervenir la mécanique relativiste ; les formules nécessaires sont données dans l'énoncé.

B.I Pouvoir séparateur du microscope électronique

B.I.1 À propos de la dualité onde-corpuscule...

B.I.1.a Quelle était la nationalité du physicien De Broglie ?

B.I.1.b Qu'est-ce que la dualité onde-corpuscule ? Comment appelle-t-on usuellement le corpuscule de lumière ?

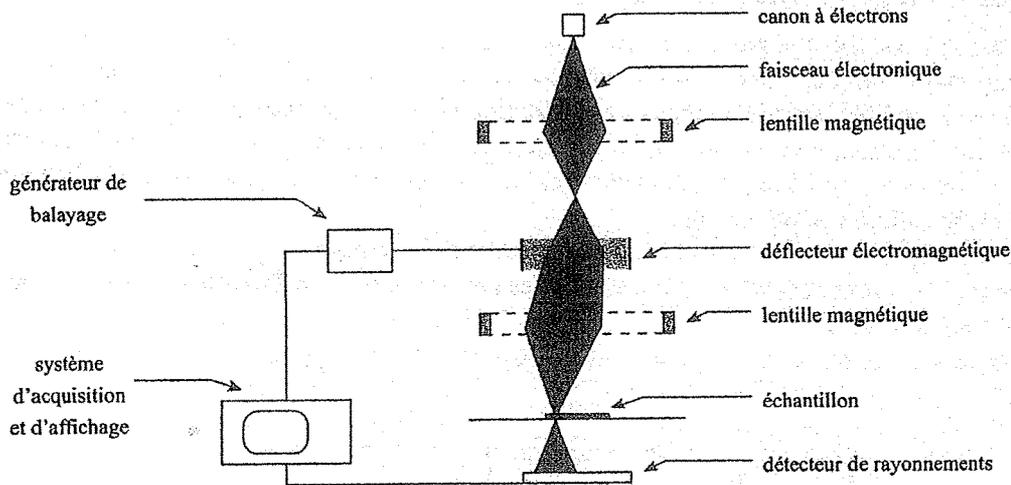


fig. 6 – Schéma simplifié du microscope électronique à balayage

B.I.1.c Donner un exemple d'expérience s'interprétant à partir de l'aspect ondulatoire de la lumière et un autre exemple d'expérience s'interprétant avec son aspect corpusculaire.

B.I.2 Donner l'expression usuelle de la quantité de mouvement d'un électron dans le cadre de la physique non relativiste. Vérifier par analyse dimensionnelle que la quantité h/p , intervenant dans la relation de De Broglie, est homogène à une longueur d'onde.

B.I.3 Dans le canon à électrons, les électrons supposés initialement au repos sont accélérés sous une différence de potentiel $U = 100$ kV.

B.I.3.a Préciser sur un schéma du canon (où les électrons sont accélérés de haut en bas) l'orientation de la différence de potentiel U ainsi que les direction et sens du champ électrique \vec{E} .

B.I.3.b Exprimer en fonction de m , U et e la vitesse v acquise en sortie du canon par chaque électron en utilisant la physique classique. Faire l'application numérique et commenter.

Calculer aussi la longueur d'onde associée au faisceau d'électrons.

B.I.4 En mécanique relativiste, l'énergie cinétique et la quantité de mouvement de l'électron s'écrivent respectivement

$$\mathcal{E}_c = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m c^2 \quad \text{et} \quad \vec{p} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v}$$

Exprimer à nouveau la vitesse v acquise par l'électron, en fonction de m , U , e et c . Faire l'application numérique et commenter.

Calculer aussi la longueur d'onde associée au faisceau d'électrons.

B.I.5 Un vide poussé est réalisé dans l'enceinte où se propage le faisceau électronique. À quoi cela sert-il ?

B.I.6 Calculer, en précisant la valeur de longueur d'onde utilisée, la valeur de la limite de résolution d'un microscope électronique donnée par la formule $d_{\min} = 0,61 \frac{\lambda}{\omega_0}$. On prendra pour l'ouverture numérique $\omega_0 = 0,01$. Que penser de la valeur obtenue par rapport au cas d'un microscope optique ?

B.I.7 Doit-on augmenter ou diminuer la tension accélératrice U pour espérer améliorer la résolution des images obtenues ? Peut-on le faire sans aucune limitation ?

L'enchaînement des parties A et B est logique mais leur résolution est totalement indépendante.

Partie A. Astronomie pour amateurs

Nous allons examiner quelques aspects liés à l'astronomie d'amateur qui souvent passionne les élèves.

Les différentes parties (I, II, III, IV, V et VI) sont largement indépendantes les unes des autres.

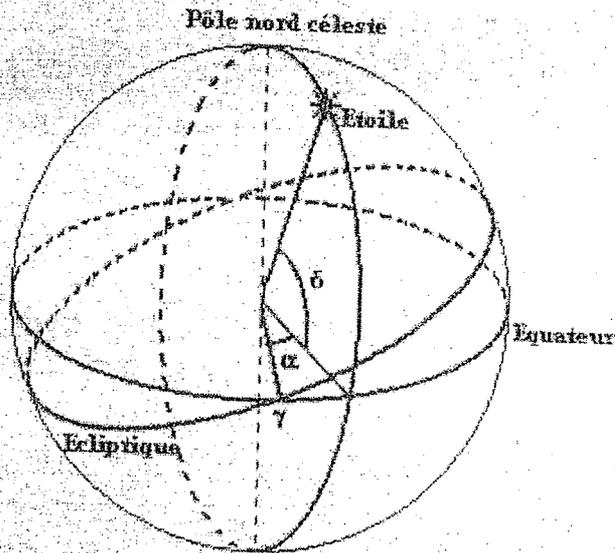
On se place dans le référentiel géocentrique. La Terre tourne, sur elle-même, autour d'un axe passant par les pôles géographiques.

Le plan équatorial est perpendiculaire à cet axe.

Le terme d'« étoile fixe » désigne une étoile fixe dans le référentiel géocentrique. On appelle « sphère des fixes » une sphère de rayon arbitraire sur laquelle sont repérées les positions des étoiles. Le mouvement apparent annuel du Soleil sur cette sphère est appelé « écliptique ».

Ce plan est incliné d'un angle de $23^{\circ}27'$ par rapport au plan équatorial. L'intersection du plan de l'écliptique avec le plan équatorial est le point vernal γ . Une étoile fixe est repérée sur la sphère des fixes par ses coordonnées équatoriales. Les coordonnées équatoriales sont très utilisées en astronomie : elles sont constituées de l'ascension droite (α), repérée à partir du point vernal γ et de la déclinaison (δ) représentées sur le schéma ci-contre.

On relève dans un ouvrage de vulgarisation d'astronomie quelques données et notamment les coordonnées équatoriales d'étoiles :



Etoile	Ascension droite	Déclinaison	Distance au soleil
(A) de la Petite ourse	$1^{\circ}49'$	$89^{\circ}02'$	466 a.l.
(B) de la Petite ourse	$14^{\circ}51'$	$74^{\circ}22'$	114 a.l.
(C) de Cassiopée	$0^{\circ}54'$	$60^{\circ}27'$	649 a.l.

Diamètre la Lune : $D_L = 3,5 \cdot 10^3$ km ; distance Terre-Lune : $d_{TL} = 3,8 \cdot 10^5$ km

Diamètre du cratère de Copernic $D_C = 90$ km

A.1. Préliminaires

- ✓ A.1.1. Qu'est-ce qu'un référentiel ?
- ✓ A.1.2. Définir successivement le référentiel héliocentrique (aussi appelé de Copernic) et le référentiel géocentrique.
- ✓ A.1.3. Quel est le mouvement du référentiel géocentrique par rapport au référentiel héliocentrique ?
- ✓ A.1.4. Quel est le mouvement de la Terre dans le référentiel géocentrique ?
- ✓ A.1.5. Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ? Le référentiel géocentrique est-il galiléen ?

A.I.6. Faire une figure de la « sphère des fixes », placer les étoiles (A), (B), (C) sur cette figure. Les étoiles fixes dans le référentiel géocentrique le sont elles aussi dans le référentiel héliocentrique ? Justifier la réponse.

A.II. Un peu de photographie

A.II.1. Un jeune astronome amateur place son appareil photographique sur un pied immobile. Son appareil est équipé d'un objectif de 50 mm. Il pointe le centre de son objectif en direction du pôle nord, après avoir fait la mise au point sur l'infini. Il déclenche et laisse le rideau métallique de l'obturateur ouvert pendant 1 h.

✓ A.II.1.a. La pellicule de format 24 mm par 36 mm est développée. On observe des arcs de cercles dont le centre est proche de l'étoile polaire. Justifier ce résultat.

✓ A.II.1.b. Quel est l'angle au centre de ces arcs de cercle obtenus ?

A.II.1.c. Définir le champ angulaire de l'instrument utilisé. Le calculer. Voit-on sur la pellicule l'arc de cercle formé par l'étoile (C) de la constellation de Cassiopée ?

A.II.1.d. Pour ce genre de photographie « circumpolaire », illustrant un mouvement, aurait-on intérêt à utiliser plutôt un grand angle (de courte distance focale) ou un téléobjectif (de grande distance focale) ? Justifier.

A.II.2.a. Son appareil toujours immobile, il pointe son objectif dans un second temps sur le centre de la pleine Lune, lorsqu'elle se trouve plein sud et haute dans le ciel. Il choisit comme temps de pose une durée de 2 s (en accord avec la cellule et la sensibilité du film). En assimilant son objectif à une lentille mince de 50 mm de focale quel est le diamètre de l'image de la Lune obtenue sur la pellicule ?

✓ A.II.2.b. Peut-on imaginer un temps de pose beaucoup plus long, avec ce dispositif ?

A.II.3. À l'école primaire, au cycle des approfondissements, on aborde quelques notions élémentaires d'astrophysique (« le système solaire et l'univers »). On dit fréquemment : « plus l'on regarde loin, plus l'on observe le passé de l'univers ». Commenter cette affirmation. Combien de temps met la lumière émise par l'étoile polaire ((A) de la Petite Ourse) pour nous parvenir ?

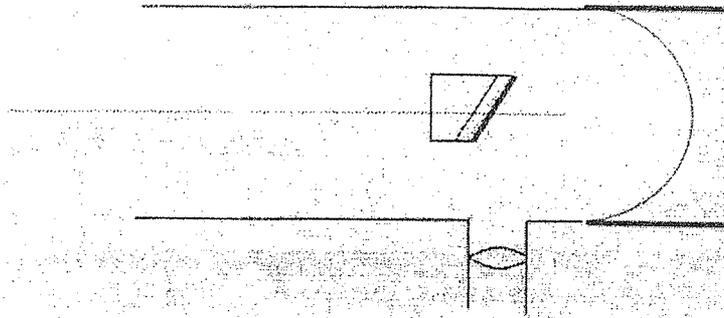
A.III. Analyse d'un document publicitaire

De nombreux magazines vantent les mérites d'appareils d'observation. Notre jeune amateur relève une annonce publicitaire et l'apporte à son professeur qui anime un atelier scientifique :

Un super télescope (114/910), de type Newton, pour débuter ! Simple à utiliser et captant 260% de lumière en plus qu'une lunette de 60 mm, ce télescope vous fera découvrir de très nombreux objets dans le ciel, une multitude de cratères lunaires, etc... Son pouvoir séparateur est de 1". Il est livré avec deux oculaires de 10 mm et 20 mm (91X et 45,5X), une lentille de Barlow 2X, un chercheur 5X24, un trépied télescopique aluminium, une monture équatoriale, un moteur à quartz avec raquette de télécommande et une notice d'utilisation

A.III.1. Le tout premier télescope fut mis au point par Newton (1642-1727) en 1672 ; très souvent c'est le modèle par lequel débute de nombreux astronomes amateurs. Pour le télescope, les valeurs indiquées entre parenthèses correspondent au diamètre et à la distance focale du miroir principal de l'appareil en millimètres, quand à la lunette, la grandeur fournie est son diamètre.

On donne ci-dessous une représentation simplifiée de la partie optique du télescope : on a représenté le miroir sphérique, que l'on appellera miroir principal (c'est lui qui est frappé en premier par les rayons issus de l'astre observé), un miroir plan et l'oculaire, qui, dans la version simplifiée du télescope, est représenté par une lentille mince convergente.



- ✓ A.III.1.a. Quels travaux d'Isaac Newton justifient-ils à votre avis le fait qu'on le considère comme un des plus grands physiciens de tous les temps ?
- ✓ A.III.1.b. L'affirmation concernant les lumières « captées », par le télescope et la lunette, est-elle correcte? Justifier.
- ✗ A.III.1.c. Citer un autre type de télescope.
- A.III.1.d. Quel est l'intérêt de la monture équatoriale ? Du moteur ?

A.IV Etude des miroirs du télescope de Newton

Le sens positif conventionnel de progression de la lumière est choisi de gauche à droite.

A.IV.1 Le miroir plan

- A.IV.1.a. Quelles sont les deux principales interprétations du phénomène lumineux qui ont prévalu au cours des siècles depuis l'antiquité ? Pouvez vous leur associer quelques noms de scientifiques ?
- ✓ A.IV.1.b Définir les notions d'objet ponctuel et d'image ponctuelle.
- ✗ A.IV.1.c Soit un objet ponctuel lumineux A_1 situé sur un axe xx' perpendiculaire au plan du miroir M_1 .



L'objet A_1 est-il réel ou virtuel ?
Construire l'image A_1' de A_1 donnée par M_1 .

- ✓ A.IV.1.d Soit un objet A_2 situé sur l'axe xx' , incliné d'un angle égal à 45° par rapport au plan du miroir plan M_2 . L'objet est situé loin du miroir.



- ✓ Construire l'image A_2' de A_2 donnée par M_2 . Où doit se placer un observateur pour voir A_2' ?

A.IV.2 Etude du miroir sphérique

- A.IV.2.a. Définir les termes de stigmatisme rigoureux et d'aplanétisme.
- ✓ A.IV.2.b. Pour quels points y a-t-il stigmatisme rigoureux pour un miroir plan ? Pour un miroir sphérique ?

A.IV.2.c. On considère un miroir sphérique concave de centre C, de sommet S (intersection du miroir avec son axe optique) et de rayon R. Soit un point objet à l'infini sur l'axe, montrer à l'aide d'un schéma en prenant des rayons incidents peu écartés de l'axe optique que l'on a affaire à un stigmatisme approché.

A.IV.2.d. Définir les conditions de Gauss.

A.IV.2.e. La résolution de cette question n'est pas indispensable pour la suite, la formule de conjugaison du miroir sphérique pourra être admise.

On se place dans les conditions de Gauss. Prendre un point objet A de l'axe optique du miroir : l'image conjuguée de A par le miroir est notée A'. Montrer que les positions des deux points sont reliées par la

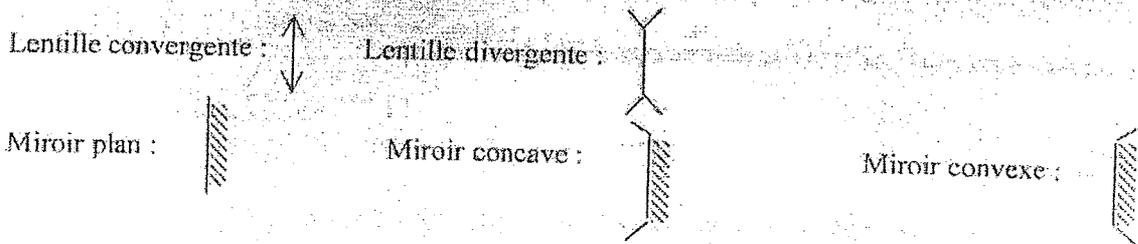
relation algébrique de Descartes suivante: $\frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC}$.

A.IV.2.f. En déduire la position des foyers objet et image du miroir.

A.IV.3. Image définitive donnée par le télescope de Newton simplifié.

Le télescope envisagé est dit simplifié, car on assimile dans un premier temps l'oculaire à une seule lentille convergente.

A.IV.3.a. On rappelle les notations symboliques des éléments de base des montages d'optique géométrique, lentilles et miroirs :



Représenter un télescope de Newton simplifié symbolique à l'aide de certains de ces éléments.

A.IV.3.b. L'observateur vise le centre du satellite naturel de la Terre, de sorte que l'axe principal du miroir primaire M soit dirigé vers le centre de la Lune. La Lune est alors vue depuis la Terre sous un angle 2α. Construire l'image A'B' de l'astre donnée par le miroir primaire. Quelle est sa dimension ?

A.IV.3.c. Isaac Newton a décidé de placer l'image A''B'' de A'B' par le miroir secondaire M' au foyer objet de l'oculaire. Pourquoi ?

A.IV.3.d. Newton a réalisé son télescope de sorte que le plan focal objet de l'oculaire soit à 60mm de l'axe optique du télescope. Pourquoi ? Placer sur une figure A''B'', M' et A'B', en déduire la distance SS' entre les sommets respectifs des miroirs sphérique et plan.

A.IV.3.e. Un observateur dont la vision est « normale » place son œil au foyer image de l'oculaire et regarde A''B'' à travers l'oculaire. Représenter sur une figure l'oculaire, A''B'' et l'angle sous lequel est vue la Lune à travers le télescope de Newton simplifié.

A.IV.3.f. Définir et calculer le grossissement du télescope de Newton si l'on utilise l'oculaire de distance focale f = 10 mm. Est-ce en accord avec l'annonce ?

A.V. Étude de l'oculaire réel

On suppose que l'oculaire, de type Ramsden, est constitué de deux lentilles convergentes identiques de même axe principal et de distance focale $f_1 = f_2 = f$.

Les centres optiques de ces lentilles que l'on suppose minces sont séparés d'une distance e donnée par la relation $\frac{f_1}{3} = \frac{e}{2}$.

Dans le sens de parcours de la lumière on note F_1 et F_1' , les foyers principaux, respectivement objet et image, pour la première lentille ainsi que F_2 et F_2' , pour la seconde.

A.V.1. Montrer que le foyer objet F de l'oculaire est alors repéré par la relation $\overline{F_1 F} = -\frac{f_1^2}{\Delta}$ où Δ , intervalle optique, est donné par l'expression $\Delta = \overline{F_1' F_2}$.

A.V.2. Sur une feuille de papier millimétré, placer sur un même axe les points F_1, F_1', F, F_2 et F_2' . On précisera l'échelle de la représentation.

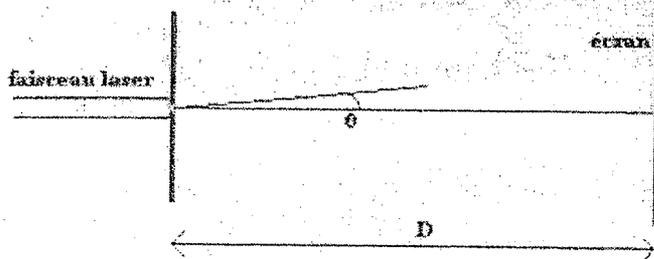
A.V.3. Sur la feuille de papier millimétré, placer au foyer objet de l'oculaire l'image $A'B''$ symétrique par rapport à l'axe de l'oculaire. Tracer alors l'évolution d'un rayon issu de A'' à travers le système optique (On pourra choisir le rayon particulier issu de A'' qui passe par F_1). Calculer le grossissement.

A.V.4. Souvent les oculaires sont corrigés des aberrations chromatiques. Expliquer en quelques lignes ce que cela signifie.

A.VI. Pouvoir séparateur

A.VI.1. En quoi le phénomène de diffraction intervient-il sur le pouvoir séparateur de l'appareil? Citer un autre facteur influençant ce pouvoir séparateur.

A.VI.2. Afin d'illustrer ce phénomène on utilise un laser de laboratoire, qui émet une onde monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 628 \text{ nm}$. Le faisceau laser passe à travers un trou circulaire, de diamètre d , situé dans un plan perpendiculaire à la direction incidente.



On place un écran à une distance D du plan de l'ouverture comme indiqué sur le schéma ci-contre.

Quel est le rayon ρ de la tache centrale d'Airy obtenue sur l'écran?

On rappelle que le diamètre angulaire de la tache centrale de diffraction est donné par la relation :

$$\Delta\theta = 1,22 \frac{\lambda}{r}$$

On prendra $d = 2r = 0,50 \text{ mm}$ et $D = 5,0 \text{ m}$.

A.VI.3. Tracer l'allure du graphe $I(\theta)$ où I représente l'intensité lumineuse et θ l'angle entre la direction incidente du faisceau laser et un rayon diffracté venant frapper sur l'écran.

A.VI.4.a. Dans le cas du télescope c'est le miroir qui limite le pouvoir séparateur.

Quel est le pouvoir séparateur du télescope de type Newton étudié ci-dessus? Pour l'application numérique on choisira $\lambda = 550 \text{ nm}$.

A.VI.4.b. Quelle est la distance linéaire minimale séparant deux points sur la surface lunaire qu'un observateur pourra distinguer ? Peut-on distinguer des détails du cratère de Copernic ?

A.VI.4.c. On utilise des télescopes de diamètre 8,20 m à l'observatoire du mont Paranal au Chili dans le cadre du projet VLT (Very Large Telescope) mené par l'ESO (European Southern Observatory). Les télescopes seront dotés d'une optique adaptative permettant de compenser les effets de l'agitation atmosphérique ; il est également prévu d'associer, en mode interférométrique, les signaux reçus par les différents télescopes.

Quel est le pouvoir séparateur théorique d'un des télescopes ?

A.VI.4.d. Le plus grand télescope construit par la main de l'homme est un radiotélescope situé à Arecibo dans l'île de Porto Rico. Son réflecteur d'un diamètre voisin de 305 m est construit au fond d'un cratère naturel.

Quelle différence essentielle y a-t-il entre un radiotélescope et un télescope tel que le celui de Newton ? Citer un avantage et un inconvénient de ce radiotélescope.

CHASSEURS D'ÉCLAIRS

Certains passionnés recherchent les conditions météorologiques propices à la formation d'orages afin de photographier des éclairs. Ils disposent de quelques outils dont l'un d'eux est une simple paire de jumelles, que nous étudierons en première partie. Dans un second temps, nous nous intéresserons au télémètre dont elle est munie, celui-ci permettant de déterminer la distance séparant l'observateur du point de chute prévisible de l'orage à venir. Enfin, nous examinerons plus précisément les mécanismes à l'origine des éclairs, les perturbations qu'ils engendrent et leurs dangers.

Le problème est constitué de trois parties indépendantes contenant chacune de nombreuses questions indépendantes entre elles.

Partie A — Étude d'une paire de jumelles

L'examen de la notice d'une paire de jumelles nous permet d'obtenir les informations rassemblées dans le tableau 1, dont certaines seront explicitées plus loin si nécessaire.

Grossissement	$\times 7$	Diamètre objectif	50 mm
Angle de visée	$7,3^\circ$	Champ de vision	127 m à 1 000 m
Distance minimale de mise au point	10,6 m	Pupille de sortie	7,14 mm
Dégagement oculaire	12 mm	Longueur	185 mm

TABEAU 1 – Extraits de données constructeur relatives à la paire de jumelles

Démontée (voir figure 1a), la paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : des lentilles convergentes et divergentes ainsi que des prismes dans la zone masquée.

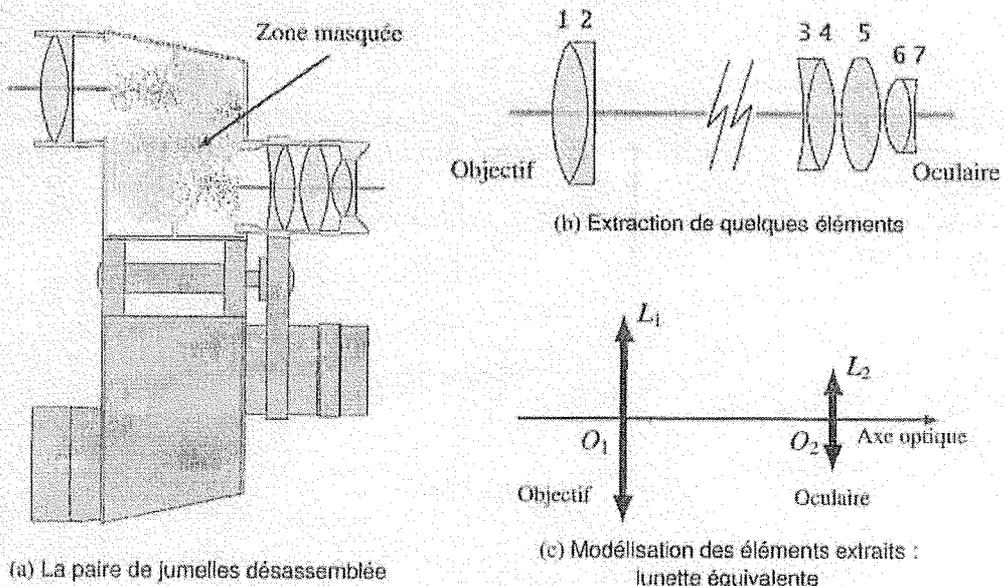


FIGURE 1 – La paire de jumelles et sa modélisation

On s'intéresse, en premier lieu, aux groupes de lentilles (extraites de l'ensemble sur la figure 1b) que nous modéliserons, en entrée et en sortie, par des lentilles minces convergentes. La modélisation est présentée en figure 1c. On note f'_1 et O_1 (respectivement f'_2 et O_2) la distance focale image et le centre de l'objectif (respectivement de l'oculaire).

Notre but est de déduire des données constructeur figurant dans le tableau 1, les ordres de grandeur des caractéristiques optiques de ce système.

Dans tout le problème, on suppose que $f'_2 = u$ et $f'_1 = 7f'_2 = 7u$ où u est une longueur de référence à déterminer, et que le diamètre de l'objectif est le double de celui de l'oculaire.

Différents modèles seront proposés et permettront de déterminer trois valeurs différentes de u .

A.I Les éléments du modèle

A.I.1 Qu'est-ce qu'une *lentille mince* ? Identifier, par leur numéro, les lentilles minces divergentes visibles sur la figure 1b. Définir l'objectif et l'oculaire.

A.I.2 Proposer une méthode de détermination rapide du caractère convergent ou divergent d'une lentille ne portant aucune indication. La justifier à l'aide d'une représentation graphique.

A.I.3 Ces lentilles sont utilisées dans les conditions de l'approximation de Gauss. Quelles sont ces conditions ? Quelles conséquences en découlent si elles sont respectées ?

A.I.4 Au sujet de la composition des optiques de la paire de jumelles, la notice précise que « le baryum est la qualité de verre donnant la meilleure réfraction. Grâce à lui, les déformations périphériques et chromatiques de l'image sont limitées ». Comment appelle-t-on les aberrations responsables des *déformations périphériques* ? À quoi sont dues les aberrations chromatiques ?

A.I.5 L'objectif et l'oculaire sont réalisés par association de plusieurs lentilles (voir figure 1b). Pour quelle raison ?

A.II Encombrement de la lunette équivalente

A.II.1 La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal. Préciser ce que cela signifie. Quel avantage présente ce réglage pour un être humain ?

A.II.2 On appelle *longueur* ou *encombrement* de la lunette équivalente la grandeur $L_1 = \overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques des deux lentilles. En déduire L_1 en fonction de f'_1 et f'_2 . Pour quelle valeur u_1 de u y a-t-il accord avec les données constructeur ?

A.II.3 Représenter sur une feuille de papier millimétré, à l'échelle 1, la lunette équivalente afocale en plaçant l'objectif à gauche de l'oculaire ; on prendra, pour simplifier la construction, $u = 1$ cm. Tous les foyers doivent être positionnés et visibles, les orientations précisées. Dessiner le trajet d'un rayon lumineux arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle orienté α par rapport à l'axe optique. On notera α' l'angle orienté, par rapport à l'axe optique, du rayon correspondant émergent de l'oculaire.

A.II.4 Établir, à l'aide de cette représentation, l'expression algébrique du grossissement, noté G , en fonction de f'_1 et f'_2 . Évaluer numériquement G et commenter son signe.

A.III Le cercle oculaire

Le *cercle oculaire* délimite une surface particulière située dans un plan transverse de l'espace image. Il s'agit de l'image par l'oculaire de la monture de l'objectif. La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal.

A.III.1 Pourquoi a-t-on intérêt à placer son œil au niveau du cercle oculaire ?

A.III.2 On note C la position du cercle oculaire sur l'axe optique. Déterminer littéralement, en fonction de f'_1 et f'_2 , la grandeur $\overline{O_2C}$.

A.III.3 Le constructeur appelle *dégagement oculaire* ou *relief de l'œil* (RO), « la distance entre l'œil et la première lentille » (voir figure 2a).

En déduire la valeur u_2 de u (différente de u_1) que cette approche permet d'obtenir. Pourquoi certains observateurs doivent-ils replier l'ocillon (voir figure 2b) ?

A.III.4 On note D le diamètre de l'objectif et d celui du cercle oculaire. Déterminer d , d'abord littéralement en fonction de f'_1 , f'_2 et D , puis numériquement à l'aide des données du tableau 1.

A.III.5 Le constructeur précise que « le diamètre du cercle oculaire peut être obtenu en divisant le diamètre de l'objectif par le grossissement ». En déduire la valeur constructeur correspondante et vérifier sa compatibilité avec le calcul précédent.

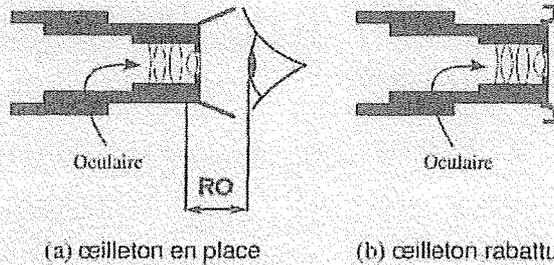


FIGURE 2 – Utilisation d'un ocillon

A.III.6 Si elle existe, préciser quelle caractéristique de l'œil humain pourrait intervenir dans les choix effectués par le constructeur pour fixer la taille du cercle oculaire. S'agit-il d'une paire de jumelles destinée à être utilisée par grande ou faible luminosité ? Justifier.

A.IV Étude du dispositif redresseur à prismes

A.IV.1 Rôle du dispositif redresseur

On insère un dispositif redresseur, appelé *véhicule*, entre l'objectif et l'oculaire. Il peut s'agir d'un système de lentilles ou de prismes. Nous allons nous intéresser à un système à prismes, celui inventé par Ignazio Porro à la fin du XIX^e siècle.

A.IV.1.a Que verrait-on à travers la lunette équivalente précédente si on l'utilisait sans dispositif redresseur ? La lunette de Galilée ne contient que deux lentilles et est adaptée à l'observation des objets terrestres. Expliquer en quoi elle diffère de notre lunette équivalente.

A.IV.1.b Sur le schéma ci-contre (voir figure 3), un rayon lumineux monochromatique arrive sous incidence normale sur l'hypoténuse du triangle isocèle rectangle, trace du prisme dans son plan de section principal. Toutes les faces de celui-ci sont parfaitement transparentes. L'indice du prisme est supérieur à celui du milieu extérieur. Tracer qualitativement le parcours du rayon lumineux incident proposé sur la figure 3 s'il est réfracté à la traversée des faces du prisme. Sur le même schéma, représenter le trajet complet de ce rayon lumineux qui, une fois entré dans le prisme, est réfléchi sur les faces du prisme.

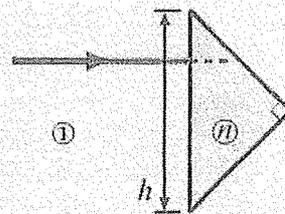


FIGURE 3 – Trajet d'un rayon lumineux à travers un prisme

A.IV.1.c Dans le cas de la réflexion totale, démontrer que la distance géométrique parcourue par le rayon lumineux dans le prisme vaut h , longueur de l'hypoténuse.

A.IV.1.d L'indice du gaz dans lequel baigne le prisme est égale à 1,00. Calculer la valeur limite de l'indice n du prisme assurant la réflexion totale dans les conditions d'éclairage de la figure 3.

A.IV.1.e Certaines paires de jumelles sont remplies de diazote gazeux en légère surpression par rapport à l'atmosphère. Pourquoi du diazote ? Pourquoi en surpression ?

A.IV.1.f Une paire de jumelles contient, dans chaque tube, deux prismes identiques à celui que nous venons de décrire (voir figure 3). Nous supposons ici que l'agencement des prismes ne sert qu'à réduire l'écartement entre les axes optiques des tubes et celui des yeux. En vous inspirant de la figure 1a, où la zone contenant les prismes a été masquée, proposer un agencement plan des prismes (qui seront accolés) et des lentilles, permettant d'assurer cette réduction d'écartement.

En réalité, la disposition des prismes n'est pas plane ce qui permet de redresser les images dans une paire de jumelles.

A.IV.2 Calcul du nouvel encombrement

La présence des prismes allonge le chemin effectivement suivi par la lumière. Nous allons déterminer cette *longueur optique* ou *encombrement* et obtenir une nouvelle valeur u_3 de u .

A.IV.2.a On s'intéresse au parcours d'un rayon lumineux monochromatique peu incliné dans une lame de verre à faces parallèles de même indice que le prisme. Le milieu extérieur est assimilé au vide.

Reproduire le schéma de la figure 4 sur votre copie et compléter le parcours du rayon lumineux jusqu'à le faire émerger de la lame de verre. Représenter un second rayon lumineux issu du point source A . En déduire graphiquement la position du point A' , image finale du point A à travers la lame.

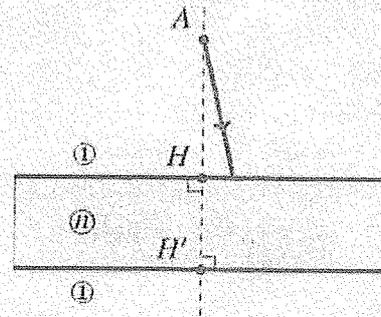


FIGURE 4 – Trajet d'un rayon lumineux incident

A.IV.2.b On rappelle que la relation de conjugaison en position du dioptré plan séparant un milieu d'indice 1 d'un milieu d'indice n s'écrit

$$\frac{\overline{HA}}{1} = \frac{\overline{HA_1}}{n}$$

où A_1 est le point image du point objet A à travers le dioptré plan, et H le projeté orthogonal de A sur le dioptré.

Écrire la relation de conjugaison liant les points A_1 , A' et H' dont la position est précisée sur la figure 4. Exprimer la distance $\overline{HH'}$ en fonction de $\overline{AA'}$ et mettre cette relation sous la forme $\overline{HH'} = k_0 \cdot \overline{AA'}$, la constante k_0 ne dépendant que de l'indice n .

A.IV.2.c En présence des deux prismes, la *longueur optique* vaut $L = 8u_3 + \ell$ où ℓ correspond à la valeur de la grandeur $\overline{AA'}$ de la question précédente obtenue pour une épaisseur de lame de verre égale à $2h$.

Exprimer littéralement u_3 en fonction de L , h et n . Sachant que $L = 235$ mm et que les caractéristiques des prismes sont telles que $h = 25,0$ mm et $n = 1,67$, en déduire la valeur numérique u_3 de u , différente de u_1 et u_2 .

A.V Pertinence des modèles

Les modèles proposés ne convergent pas vers une unique valeur de u . En observant l'association des lentilles (3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7), identifier la faiblesse de la modélisation utilisée.

**CONCOURS ENSAM - ESTP – ENSAIS - ECRIN - ARCHIMEDE****Epreuve de Physique****durée 3 heures**

Remarques préliminaires importantes : il est rappelé aux candidat(e)s que

- * *les explications des phénomènes étudiés, les justifications physiques interviennent dans la notation au même titre que les calculs,*
- * *tout au long de l'énoncé, les paragraphes en italiques ont pour objet d'aider à la compréhension du problème mais ne donnent pas lieu à des questions,*
- * *tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par les candidat(e)s.*

Ce problème, constitué de deux parties indépendantes, traite de divers aspects de l'optique :

- la première partie s'attache à développer les bases de l'optique géométrique et leurs applications à travers l'étude d'instruments d'observation stellaire,
- l'optique physique est abordée dans la deuxième partie et appliquée à une source d'étendue spatiale non nulle (système d'étoile double), puis à l'étude spectrale de sources ponctuelles mais qui ne sont pas monochromatiques.

Tournez la page S.V.P.

PREMIÈRE PARTIE

Dans tout le problème, les rayonnements lumineux utilisés appartiennent au domaine du visible.

OPTIQUE GEOMETRIQUE

A - Généralités

- A*1** Rappeler la définition de l'indice absolu d'un milieu transparent. Donner un ordre de grandeur de l'indice optique du verre ordinaire.
- A*2** Dans quelle(s) condition(s) l'approximation de l'optique géométrique est-elle valable ?
- A*3** Comment appelle-t-on un système optique qui présente la symétrie de révolution par rapport à un axe ? Comment appelle-t-on cet axe ?
- A*4** Expliciter "l'approximation de Gauss". Quelles sont les propriétés d'un système optique centré utilisé dans ces conditions ?

Dans la suite du problème, tous les systèmes optiques seront considérés centrés et utilisés dans les conditions de Gauss.

Considérons un miroir sphérique concave de centre C, de sommet S et de rayon $R = -\overline{SC}$. Un petit objet \overline{AB} est placé perpendiculairement à l'axe optique, orienté dans le sens de la propagation de la lumière (figure 1).

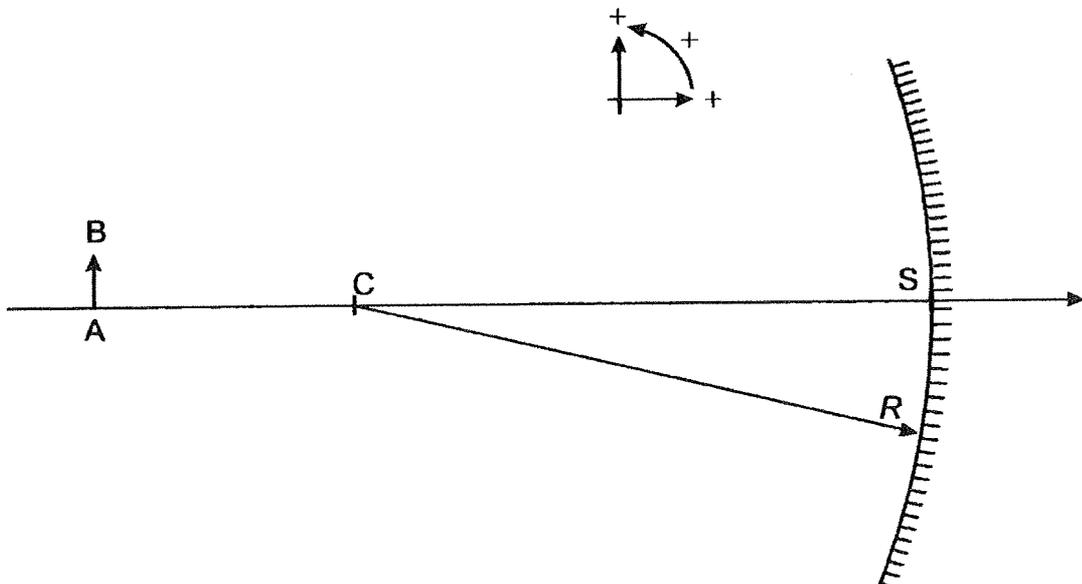


figure 1

- A*5a** Définir et exprimer les distances focales f et f' du miroir en fonction de $R = -\overline{SC}$.
- A*5b** A partir des lois de Descartes et de considérations géométriques, établir la relation de conjugaison de Descartes, avec origine au sommet, pour ce miroir sphérique ainsi que l'expression de son grandissement.
- A*5c** A partir de considérations géométriques, établir la relation de conjugaison de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = f'f$ (avec origine au foyer), pour ce miroir sphérique ainsi que l'expression de son grandissement.
- A*5d** Ces expressions restent-elles valables pour un miroir sphérique convexe ?

B - Lunette astronomique

Toutes les lentilles utilisées seront assimilées à des lentilles minces.

- B*1** Quelle est la définition d'une lentille mince ?

Un œil accommodant à l'infini observe des objets à l'infini à travers une lunette astronomique. Celle-ci est constituée de deux lentilles minces convergentes.

- B*2a** Quand dit-on qu'un système est afocal ?

- B*2b** Décrire brièvement le montage correspondant à ce dispositif. L'une des deux lentilles étant appelée objectif, justifier l'origine de ce terme et la position de cette lentille. L'autre étant appelée oculaire, justifier l'origine de ce terme et la position de cette deuxième lentille.

- B*2c** Tracer la marche d'un rayon lumineux issu d'un point situé à l'infini sur l'axe optique et celui d'un rayon lumineux issu d'un point situé à l'infini, mais faisant avec l'axe optique un angle α .

Le grossissement est défini comme le rapport entre α' , l'angle sous lequel l'objet est vu à travers l'instrument et α , celui sous lequel il est vu sans l'instrument : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

- B*3** Exprimer ce grossissement en fonction des distances focales image des deux lentilles notées f'_{obj} et f'_{oc} . Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'image ? L'image est-elle droite ou renversée ?

- B*4** Si de la poussière se dépose sur l'objectif, quelle est la conséquence sur l'image observée à travers la lunette ?

- B*5** Où faut-il positionner l'œil pour se placer dans des conditions optimales d'observation ? Définir cette position en fonction des caractéristiques de l'appareil.

- B*6** Les systèmes catadioptriques (c'est à dire formés de lentilles et de miroirs) sont aujourd'hui plus utilisés que les lunettes. Citer au moins deux avantages de ces systèmes par rapport aux lunettes astronomiques.

Tournez la page S.V.P.

C - Télescope spatial de Hubble (H.S.T.)

Ce télescope est certainement le dispositif civil le plus complexe jamais envoyé dans l'espace. Le bloc optique est composé de deux miroirs : un miroir primaire parabolique concave qui renvoie la lumière incidente sur un miroir secondaire hyperbolique convexe. La configuration de ces deux miroirs est de type Cassegrain (voir figure 2). Afin de mener une étude quantitative, le miroir primaire M_p sera supposé sphérique concave avec un rayon de courbure $R_1 = 11,000$ m et un diamètre extérieur $D_{01} = 2,4$ m. Le miroir secondaire M_s sera supposé sphérique convexe avec un rayon de courbure de $R_2 = 1,350$ m et un diamètre extérieur $D_{02} = 0,3$ m. La distance entre les sommets des miroirs vaut $\overline{S_2 S_1} = d = 4,900$ m.

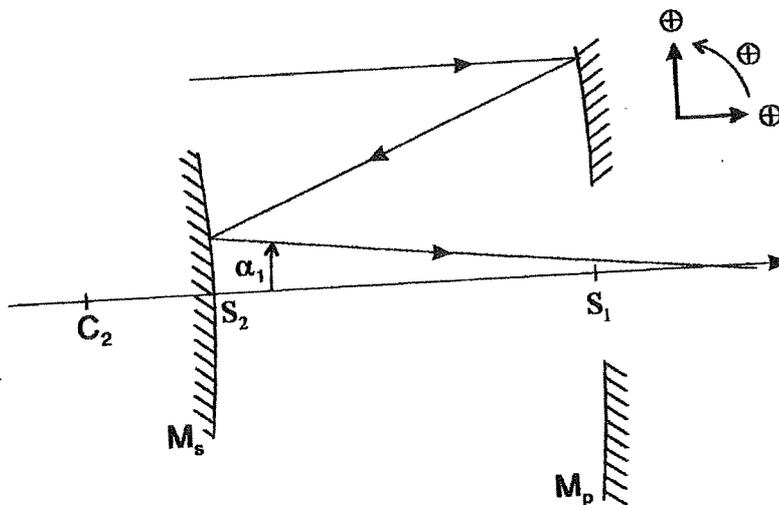


figure 2

- C*1** Déterminer les positions des foyers objet et image du miroir primaire, définies par $\overline{S_1 F_1}$ et $\overline{S_1 F_1'}$. Quelle est la position du foyer de l'ensemble du télescope, définie par $\overline{S_2 F'}$?

Un rayon issu d'un objet situé à l'infini sur l'axe optique et qui vient frapper le miroir primaire en un point de son bord extérieur, émerge du télescope avec un angle α_1 (voir figure 2).

- C*2** Exprimer cet angle α_1 en fonction des données du problème. Calculer numériquement α_1 .

Lors des premières prises de vue, les scientifiques se sont rendu compte que le miroir primaire présentait un défaut de sphéricité près du bord extérieur. Ce défaut sera modélisé par une variation du rayon de courbure du miroir principal, ce qui signifie que dans la zone concernée, le miroir principal est remplacé (la position du sommet S_2 ne change pas) par un autre miroir sphérique de rayon $R_1' = R_1 + \varepsilon$ où $\varepsilon = 2 \mu\text{m}$.

C*3 Evaluer l'écart $\delta(\overline{S_2F'})$ consécutif à la nouvelle position du foyer du télescope.

C*4 En tenant compte de ce défaut, quelle est la nouvelle expression (notée α'_1) de l'angle α_1 calculé à la question C*2 ? Que vaut l'écart angulaire $\delta\alpha_1$ lié au défaut ?

Ce défaut limitant la résolution du télescope, il a été compensé par l'ajout d'une lame d'un verre particulier disposée juste avant le foyer de l'appareil. Afin d'illustrer cette correction, la lame sera remplacée par un prisme de très faible angle au sommet A et d'indice n (figure 3). Les relations qui permettent de calculer la déviation d'un rayon lumineux par un prisme d'angle au sommet quelconque A sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ n \sin r' = \sin i' \\ A = r' - r \\ D = (i' - i - A) \end{cases}$$

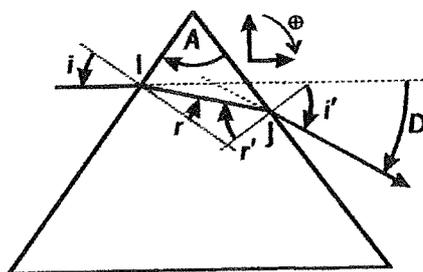


figure 3

C*5 Déterminer l'expression approchée de la déviation D pour un prisme de très petit angle A ; en déduire sa valeur pour compenser le défaut du télescope, l'indice du verre retenu étant $n = 1,5$.

DEUXIEME PARTIE

OPTIQUE PHYSIQUE

A - Interférences

Les ondes lumineuses étant modélisées par des ondes électromagnétiques, supposons dans cette partie, que le comportement de la lumière puisse être décrit par l'onde scalaire (signal lumineux) : $s(x, t) = a \cos(\omega t - kx)$, ou en notation complexe $\underline{s} = a \exp j(\omega t - kx) = a \exp j(\omega t - \varphi(x))$, avec ω la pulsation de l'onde, φ sa phase et k la norme du vecteur d'onde. L'éclairement $\mathcal{E}(M)$ au point $M(x)$ (ou intensité lumineuse) est proportionnel à la moyenne temporelle de $s^2(x, t)$ ou encore à $\underline{s} \cdot \underline{s}^*$.

L'ensemble de l'étude se fait dans l'air, d'indice $n = 1$.

A*1 Déterminer l'expression de l'éclairement $\mathcal{E}(M)$ résultant de la superposition de deux ondes synchrones notées respectivement $s_1(x, t) = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1(x))$ et $s_2(x, t) = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2(x))$ en fonction de $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ (éclairements des ondes

Tournez la page S.V.P.

associées à s_1 et s_2) et de $\varphi(x) = \varphi_2(x) - \varphi_1(x)$. Identifier le terme d'interférences.

A*2 Tracer $\mathcal{E}(M)$ en fonction de φ . Exprimer, puis préciser sur le schéma les éclairissements maximum \mathcal{E}_{\max} et minimum \mathcal{E}_{\min} en fonction de \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 .

A*3 Le contraste (ou visibilité) du phénomène d'interférences est défini par $\mathcal{C} = \frac{\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max} + \mathcal{E}_{\min}}$. Exprimer \mathcal{C} en fonction de \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 et φ . Dans quelle situation le contraste est-il maximum ?

Plaçons-nous désormais dans la situation où le contraste est maximum.

La différence de chemin optique $\delta(M)$ entre deux ondes issues de deux sources cohérentes S_1 et de S_2 , est définie comme la quantité $\delta = (S_1M) - (S_2M)$, où (S_1M) est le chemin optique de S_1 à M .

A*4 Exprimer, au point M , le déphasage $\varphi(M)$ entre les ondes en fonction de la différence de marche δ et de la longueur d'onde λ .

Les sources S_1 et S_2 sont repérées, dans l'espace, par leurs coordonnées $S_1\left(-\frac{a}{2}, 0, -D\right)$, $S_2\left(+\frac{a}{2}, 0, -D\right)$ et le point M de l'écran par $M(x, y, 0)$. L'écran est situé à la distance D des sources (voir figure 4) avec $D \gg x$, $D \gg y$ et $D \gg a$.

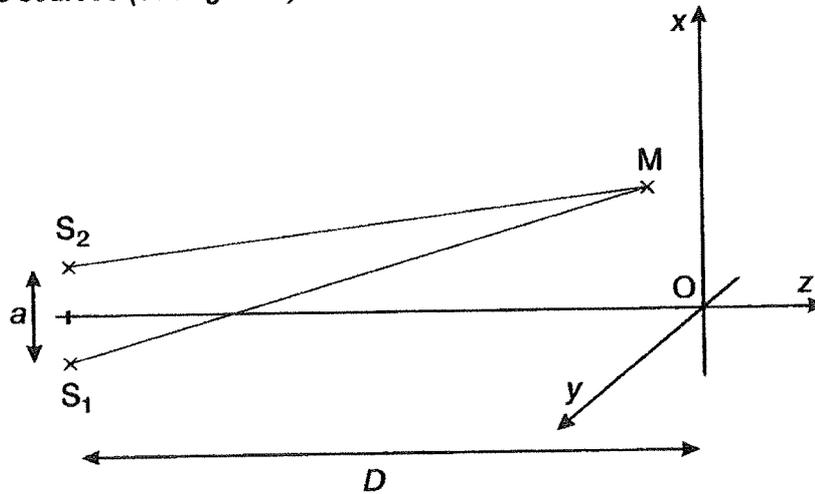


figure 4

A*5a Etablir l'expression du chemin optique (S_1M) en fonction de x , y , a et D .

A*5b Compte tenu des approximations, exprimer, au premier ordre, la différence de marche δ en un point M de l'écran en fonction de a , x et D .

A*5c Préciser l'allure des franges observées sur l'écran.

A*5d Définir et établir l'expression de l'interfrange (noté i) du système d'interférences.

A*6 Dans l'hypothèse où les sources ponctuelles sont remplacées par deux fentes très fines F_1 et F_2 parallèles à l'axe Oy , quelle sera la conséquence de cette modification sur la figure observée sur l'écran ?

Un système d'étoile double se comporte comme deux sources lumineuses incohérentes d'éclairement $\mathcal{E}_{E_1} = \mathcal{E}_{E_2} = \mathcal{E}_0$. Le dispositif précédent pointe vers le centre du système d'étoile double (voir figure 5) de sorte que $\theta_2 = -\theta_1 = \theta$. L'observation se fait désormais dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale f' .

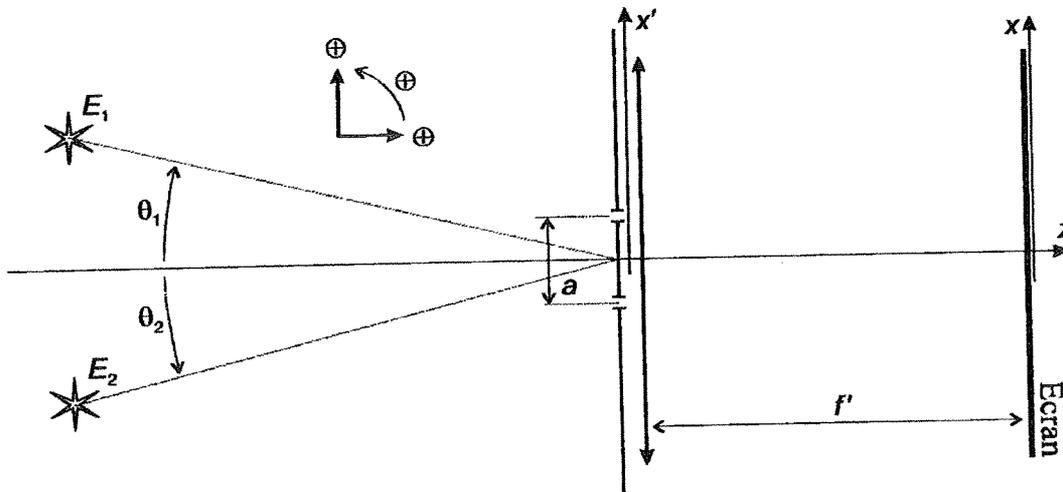


figure 5

A*7a Etablir l'expression de l'éclairement \mathcal{E}_1 sur l'écran dû à l'étoile E_1 , puis \mathcal{E}_{tot} , celui dû à l'étoile double.

Exprimer \mathcal{E}_{tot} sous la forme $\mathcal{E}_{\text{tot}} = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \gamma \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'}\right) \right)$.

Préciser l'expression et le sens physique de $|\gamma|$.

A*7b Pour quelle valeur de la distance a entre les fentes y a-t-il brouillage du phénomène d'interférences ? En déduire la distance angulaire 2θ qui sépare les étoiles sachant que $a = 116,5 \text{ cm}$ et $\lambda = 550 \text{ nm}$.

B - Diffraction

B*1 Enoncer le principe d'Huygens-Fresnel.

Notons $d_s(M)$ l'amplitude de la vibration issue de l'élément de surface $d\Sigma$ centrée en P , qui atteint le point M situé à une distance $r = PM$. Cette amplitude s'écrit :

$$d_s(M) = K_s(P) d\Sigma \frac{e^{-j\varphi}}{r} \text{ où } \varphi \text{ représente le déphasage en } M, \text{ entre l'onde issue du point } P \text{ et celle issue du point } O' \text{ (voir figure 6).}$$

Tournez la page S.V.P.

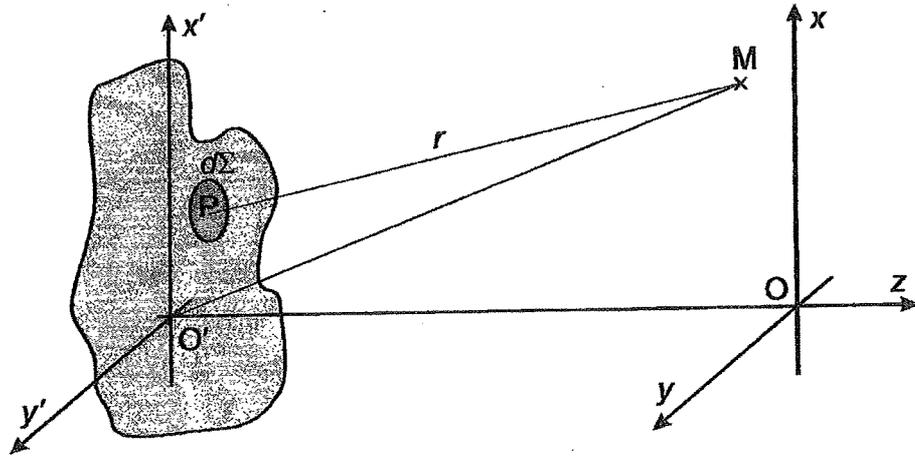


figure 6

B*2 Quelle est l'amplitude de l'onde diffractée en M par une ouverture de surface Σ ?

Diffraction de Fraunhofer par une fente rectiligne de très grande longueur L suivant l'axe $O'y'$ et de petite largeur a suivant $O'x'$

Une source ponctuelle S , située sur l'axe Oz , émet une onde monochromatique de longueur d'onde λ . La source et l'écran sont rejetés à l'infini par l'intermédiaire de deux lentilles minces de même distance focale f' .

B*3a Faire le schéma du montage. Peut-on réaliser ce même montage avec une seule lentille ?

B*3b Etablir l'expression de l'amplitude diffractée, $\underline{s}(M)$ au point $M(x, y, 0)$, par la fente de largeur a . Justifier que la distance $r = PM$ peut être confondue avec $r_0 = O'M$ dans ce cas.

B*3c Que vaut le déphasage entre l'onde résultante en $M(x, y, 0)$, et l'onde issue du point O' et reçue au point M ? Que se passe-t-il si la fente est déplacée parallèlement à elle-même, dans le même plan, vers le haut ou vers le bas ?

B*3d En déduire l'expression de l'éclairement diffracté en $M(x, y, 0)$ par la fente (l'éclairement diffracté au centre de l'écran sera notée \mathcal{E}_0). Tracer $\frac{\mathcal{E}(x)}{\mathcal{E}_0}$ en fonction de x (prendre soin de repérer les abscisses correspondant aux minima et la valeur relative du premier maximum secondaire).

Lorsque la pupille diffractante est circulaire de diamètre Φ , le rayon angulaire de la tache due à la diffraction est donné par $\alpha = 1,22 \frac{\lambda}{\Phi}$.

B*3e Qu'appelle-t-on pouvoir séparateur d'un instrument optique ? Qu'appelle-t-on critère de Rayleigh ? Le diamètre de l'objectif de la lunette astronomique étudiée dans la première partie doit-il être important ou faible ?

C - Application

Un faisceau de lumière parallèle monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 550 \text{ nm}$, provenant d'une étoile, éclaire normalement un écran opaque percé de deux fentes F_1 et F_2 de grande dimension L suivant Oy et de même largeur a suivant Ox . Les centres des fentes sont distants de d , avec $d > a$. Dans le plan focal xOy d'une lentille convergente de distance focale $f' = 2 \text{ m}$ et de foyer image O , un détecteur ponctuel enregistre l'éclairement aux points d'abscisses x , avec $|x| \ll f'$. L'éclairement normalisé

$\frac{\mathcal{E}(x)}{\mathcal{E}_0}$ enregistré par le détecteur est donné par la figure ci-dessous :

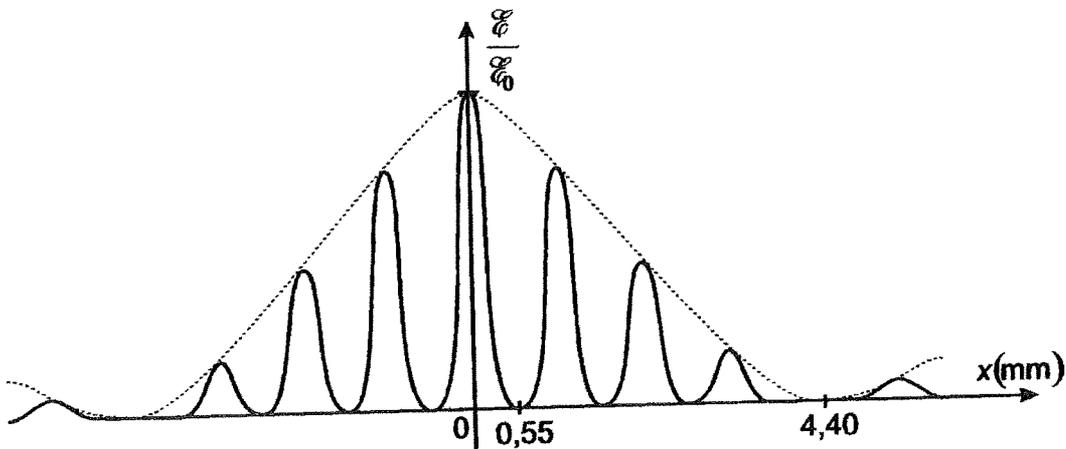


figure 7

C*1 A partir de la courbe de la figure 7, déterminer la valeur de la largeur a d'une fente et la distance d qui sépare les centres des fentes.

Dans la suite de cette partie la largeur des fentes est très petite devant la distance qui les sépare : $a \ll d$.

La lumière émise par l'étoile est, dans cette question uniquement, composée de deux sources de même éclairement \mathcal{E}_0 , rigoureusement monochromatiques, de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très voisines, avec $\lambda_1 = \lambda_2 + \Delta\lambda$ et $\Delta\lambda \ll \lambda_1 = \lambda_0$.

C*2a Déterminer l'expression de l'éclairement en un point de l'écran $M(x, y)$ en fonction de $\delta = \frac{xd}{f'}$, \mathcal{E}_0 , λ_1 et λ_2 , puis, au premier ordre, en fonction de \mathcal{E}_0 , δ , $\Delta\lambda$ et λ_0 .

C*2b En déduire l'expression de \mathcal{E}_{\max} et \mathcal{E}_{\min} , puis celle du contraste.

C*2c Calculer la plus petite valeur de l'ordre d'interférence pour laquelle le contraste est nul, sachant que $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$, $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$.

FIN DE L'ÉPREUVE

A.II.3.

Des mesures donnent pour l'étoile τ Bootis de la constellation du Bouvier :

- vitesse $v_E^* = 470 \text{ m.s}^{-1}$;
- période $T = 3,31$ jours ;
- masse $M = 2,6 \times 10^{30} \text{ kg}$.

Calculer la masse de la planète en orbite autour de τ Bootis en supposant $m \ll M$.
L'exprimer en prenant pour unité la masse de Jupiter.

B. Obtention du spectre visible de l'étoile.

B.I. Interférences lumineuses à deux ondes.

On utilise le modèle scalaire de la lumière. Soient $s_1(M,t)$ et $s_2(M,t)$ les amplitudes de deux ondes monochromatiques synchrones reçues en un point M quelconque du champ d'interférences :

$$s_1(M,t) = s_{10} \cos(\omega t + \varphi_1) \qquad s_2(M,t) = s_{20} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Les phases φ_1 et φ_2 dépendent de la position du point M.

On admet que l'intensité lumineuse $I(M)$ mesurée par un détecteur placé en M est proportionnelle à la valeur moyenne temporelle du carré de l'amplitude de l'onde reçue en ce point. On admet que la durée d'enregistrement du détecteur $T_d \gg T$

On a donc :

$$I_1(M) = k \langle s_1(M,t)^2 \rangle \quad \text{et} \quad I_2(M) = k \langle s_2(M,t)^2 \rangle$$
$$I(M) = k \langle s(M,t)^2 \rangle \quad \text{avec} \quad s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t).$$

B.I.1.

B.I.1.a.

Exprimer $I_1(M)$ en fonction de $(s_{10})^2$.

Donner l'expression de $s(M,t)^2$, puis celle de I en fonction de $I_1(M)$ et $I_2(M)$, intensités de chacune des ondes, et du déphasage $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

B.I.1.b.

À quelle condition observe-t-on des interférences lumineuses en M ? On dit alors que les ondes sont cohérentes.

B.I.1.c.

Que vaut $I(M)$ pour des ondes incohérentes ? Commenter.

B.I.1.d.

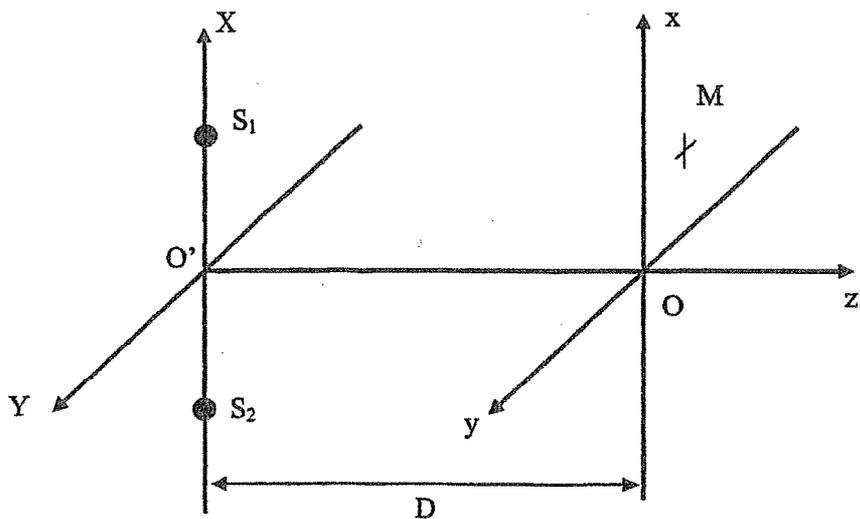
On note I_0 la valeur commune à $I_1(M)$ et $I_2(M)$.

Que vaut $I(M)$ pour des ondes cohérentes ?

Tracer $I(M)$ en fonction du déphasage φ dans le cas où $I_1(M) = I_2(M)$. Pour quelles valeurs de φ l'intensité est-elle maximale ?

B.I.2.

Soient deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 monochromatiques de longueur d'onde λ , distantes de a (voir figure 1). On observe des interférences sur un écran placé dans le plan (Ox,Oy) , situé à une distance D du milieu O' du segment S_1S_2 . L'indice du milieu de propagation est pris égal à 1.



$$O'S_1 = O'S_2 = \frac{a}{2}; O'O = D \gg a \quad D \gg x, \lambda$$

Figure 1

En utilisant les notations de la figure 1, retrouvez l'expression de l'interfrange. Donner un exemple d'application numérique et la description de deux dispositifs expérimentaux.

B.II. Mesure de la distance angulaire entre les deux composantes d'une étoile double.

B.II.1.

On réalise l'expérience des trous de Young, distants de a , en lumière monochromatique. On observe les interférences sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente (L) de distance focale f' . La source lumineuse qui éclaire les trous de Young est une étoile E_1 située à l'infini dans la direction de l'axe optique de (L), d'intensité lumineuse I_0 . La longueur d'onde de la lumière émise est λ .

Faire un schéma représentant les rayons lumineux qui interfèrent en un point M d'abscisse x de l'écran.

B.II.2.

On utilise la lentille dans les conditions de Gauss. Pourquoi ?

B.II.3.

Calculer la différence de marche en M en fonction de a , x et f' , puis l'intensité lumineuse $I_1(x)$ en fonction de I_0 , λ , a , x et f' .

B.II.4.

Une étoile E_2 est à l'infini dans la direction α par rapport à l'axe optique de (L). L'angle α est très petit.

Faire un schéma en représentant les rayons lumineux qui interfèrent en un point M d'abscisse x de l'écran.

Calculer la différence de marche en M en fonction de a , x , f' et α , puis l'intensité lumineuse $I_2(x)$ en fonction de I_0 , λ , a , x , f' et α . Commenter le résultat.

B.II.5.

On étudie l'étoile double δ Orionis dont les deux composantes E_1 et E_2 ont même éclat. E_1 et E_2 éclairent maintenant le dispositif.

Tournez la page S.V.P.

On augmente progressivement la distance séparant les trous d'Young. Montrer simplement que l'intensité devient uniforme pour une valeur particulière a_1 de a .
On prend $\lambda = 550 \text{ nm}$ et $a_1 = 28,4 \text{ cm}$; calculer α en radians.

B.III. Fentes de Young et influence de la diffraction.

B.III.1.

On remplace les trous par deux fentes infiniment fines et parallèles à la direction $O'Y$ (selon la figure 1). Décrire et justifier l'allure de la figure d'interférences obtenue sur l'écran.

B.III.2. Diffraction.

B.III.2.a.

Étudions la figure de diffraction à l'infini donnée par une seule fente fine rectangulaire, de centre S_1 , de largeur b selon la direction S_1X et de longueur h selon la direction S_1Y . De plus la largeur b est très petite devant la longueur h .

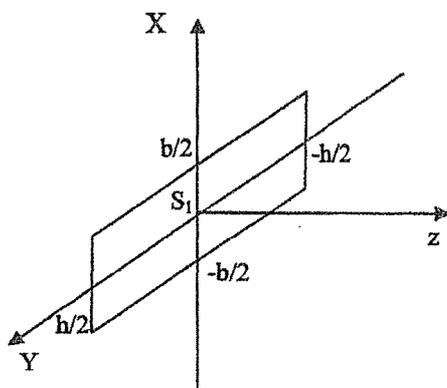


Figure 2 a

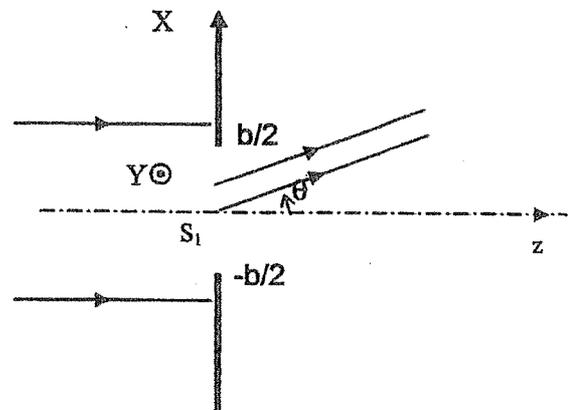


Figure 2 b

La fente est éclairée en incidence normale par un faisceau parallèle d'intensité I_0 (voir figures 2 a et 2 b).

En appliquant le principe d'Huygens-Fresnel, exprimer l'amplitude complexe diffractée à l'infini dans la direction θ , l'origine des phases étant celle du rayon qui passe par le centre S_1 de la fente.

B.III.2.b.

Donner l'expression de l'intensité diffractée I en fonction de $\sin\theta$.

B.III.2.c.

Donner l'allure de I en fonction de $\sin\theta$. Quelle est la valeur de θ correspondant au premier minimum ? On l'appelle demi-largeur angulaire de la tache de diffraction.

B.III.2.d.

On réalise l'expérience des fentes de Young éclairées par un même faisceau de lumière monochromatique parallèle à l'axe optique. Les deux fentes ont une largeur notée b et sont distantes de a . Décrire la figure observée sur l'écran, situé dans le plan focal image de la lentille (L), dans le cas où $a = 3,5 b$.

B.IV. Réseau.

B.IV.1. Étude d'un réseau plan par transmission.

Soit un réseau plan par transmission de largeur utile L , possédant $n = 600$ traits par millimètre. On appelle N le nombre total de traits et a la distance entre deux traits consécutifs.

Ce réseau est éclairé par un faisceau parallèle d'incidence θ_i , monochromatique de longueur d'onde λ (voir figure 3). Ce faisceau provient d'une fente d'entrée infiniment fine, parallèle aux traits du réseau, située dans le plan focal objet d'une lentille convergente. On appelle θ_k l'angle correspondant au maximum d'ordre k .

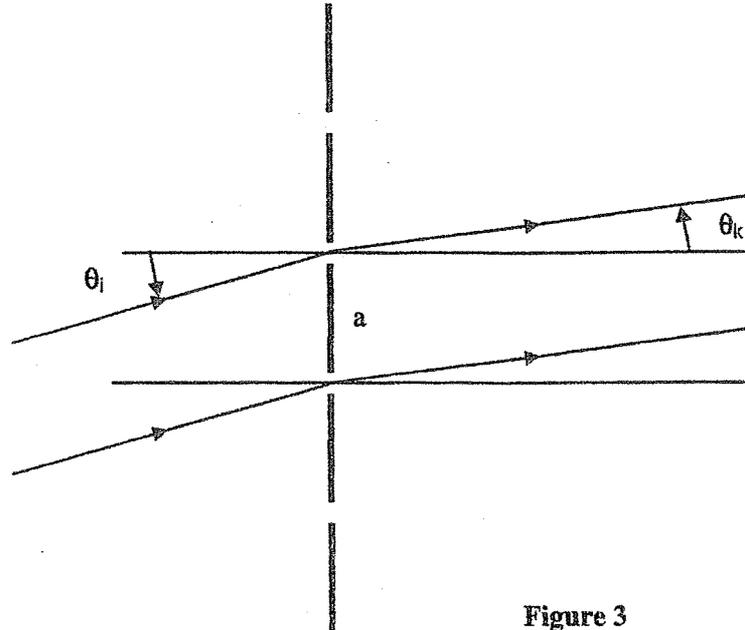


Figure 3

B.IV.1.a.

Calculer la différence de marche δ entre les rayons issus de deux traits consécutifs qui parviennent en un même point de l'écran. En déduire la relation des réseaux pour l'ordre k .

B.IV.1.b.

Déterminer, en incidence normale, les ordres complètement visibles, pour une lampe à vapeur de sodium dont les longueurs d'onde λ utilisées, exprimées en nanomètres, sont telles que :

$$449,4 \text{ nm} < \lambda < 819,5 \text{ nm}$$

À partir de quel ordre observe-t-on un recouvrement ? Justifier votre réponse.

B.IV.2. Pouvoir de résolution.

Le pouvoir de résolution est défini par la relation : $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$.

On étudie le cas où R est limité par la diffraction due à la largeur L du réseau. On suppose toujours la fente d'entrée infiniment fine.

On admet le critère de séparation de Rayleigh : deux radiations de longueurs d'onde respectives λ et $\lambda + \Delta\lambda$ sont séparées si le maximum de l'une se trouve sur le premier minimum de la figure de diffraction de l'autre.

B.IV.2.a.

En utilisant la formule des réseaux, exprimer la relation entre les éléments différentiels $d\lambda$ et $d\theta_k$.

B.IV.2.b.

Déterminer la largeur du faisceau dans la direction θ_k sortant du réseau et calculer la demi-largeur angulaire $d\theta$ de la tache de diffraction. En déduire R .

Tournez la page S.V.P.

II) Étude du pouvoir séparateur d'une lunette astronomique.

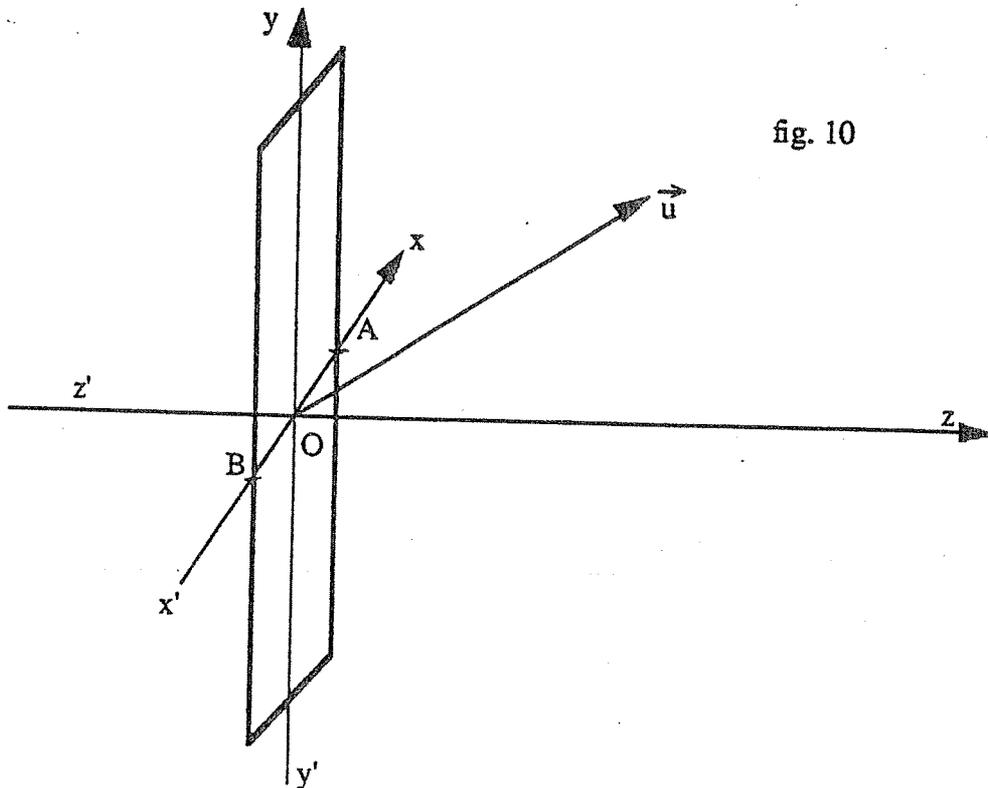
2-1) Diffraction de la lumière par une fente fine.

On pratique dans un écran opaque une ouverture ayant la forme d'une fente de largeur $2a$ et de hauteur b . On choisit $b \gg a$.

L'espace est rapporté à un trièdre $Oxyz$. L'écran se trouve dans le plan xOy . Les côtés de la fente sont parallèles respectivement aux axes $x'Ox$ et $y'Oy$.

Les intersections de la fente avec l'axe $x'Ox$ sont notées B et A .

Les coordonnées de A sont $(a, 0, 0)$ et celles de B sont $(-a, 0, 0)$, (figure 10).



Une source lumineuse ponctuelle monochromatique, de longueur d'onde λ , située à l'infini sur l'axe $z'Oz$ (du côté des z négatifs) émet une onde pour laquelle on adoptera une représentation scalaire: la "grandeur lumineuse" s . L'indice du milieu de propagation est égal à 1.

2-1-1) Énoncer le principe de Huygens - Fresnel dans le cas de la diffraction à l'infini.

2-1-2) On suppose $b \gg \lambda$. Montrer que l'intensité lumineuse diffractée à l'infini par la fente, dans la direction de vecteur unitaire \vec{u} peut s'écrire:

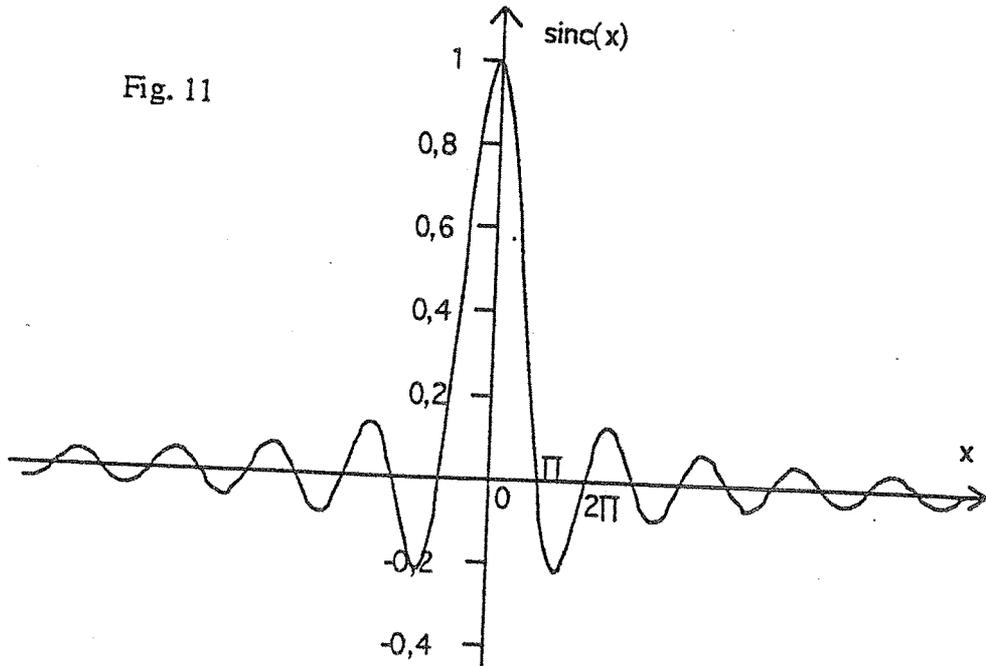
$$I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi 2a \alpha}{\lambda}}{\frac{\pi 2a \alpha}{\lambda}} \right)^2$$

où α est la composante sur Ox du vecteur \vec{u} .

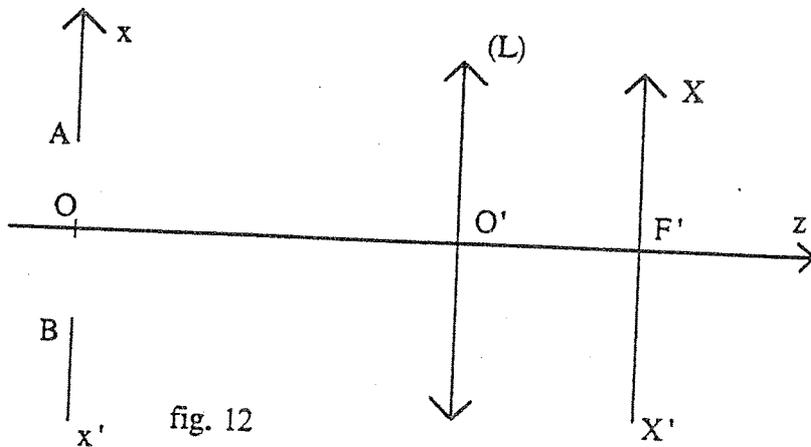
2-1-3) On donne, sur la figure 11, le graphe de la fonction $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

Tracer l'allure du graphe de $\frac{I}{I_0}$ en fonction de α .

Fig. 11



On observe la figure de diffraction à l'infini, obtenue à l'aide de la fente précédente, dans le plan focal image d'une lentille convergente L. La distance focale de L est f' et son centre optique O' . Son axe optique coïncide avec Oz . On considère, dans le plan focal de la lentille, un axe $X'F'X$ parallèle à $x'Ox$, (figure 12).



2-1-4) Sachant que la lentille est utilisée dans les conditions de Gauss, montrer qu'à une direction caractérisée par un vecteur unitaire \vec{u} , de composante α sur l'axe $x'Ox$, il correspond, sur l'axe $X'F'X$, un point M' d'abscisse X . Exprimer X en fonction de f' et α .

2-1-5) Décrire ce qui est observé dans le plan focal de la lentille. Donner en particulier la largeur du maximum principal d'intensité.

Tournez la page S.V.P.

2-2) Pouvoir de résolution de la lunette.

Dans le cas de la diffraction par une ouverture circulaire de rayon R , l'expression de la largeur du maximum principal se déduit de l'expression obtenue précédemment en remplaçant la grandeur a par $\frac{R}{1,22}$. La figure de diffraction possède la même symétrie que celle de l'ouverture circulaire.

2-2-1) On considère un objet ponctuel situé à l'infini, sur l'axe optique de la lunette, émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde λ .

Compte tenu des phénomènes de diffraction dus à la monture de l'objectif, comment apparaît, en fait, l'image objective de cet objet?

On pourra pour cela considérer la monture de l'objectif comme une ouverture circulaire découpée dans un écran opaque et située légèrement en avant de la lentille L_1 .

2-2-2) On considère deux objets ponctuels indépendants situés à l'infini, émettant deux ondes monochromatiques de même longueur d'onde λ . Soit θ l'angle sous lequel sont vus ces deux objets en l'absence de lunette.

En adoptant le critère de Rayleigh, déterminer la plus petite valeur de θ pour laquelle on pourra distinguer, avec la lunette, les images de ces objets.

Commenter ce résultat en prenant en compte le pouvoir séparateur de l'œil.

2-3) Commentaires.

2-3-1) Proposer une modification du système optique précédent qui permette de réaliser un cliché photographique de l'image de l'objet lointain.

2-3-2) L'observation d'objets lointains peut-elle se faire avec d'autres systèmes optiques? Donner un exemple et le décrire succinctement.

2-3-3) Dernièrement, un télescope a été placé sur un satellite. Quel est l'intérêt d'un tel choix?

2. POUVOIR SÉPARATEUR D'UNE LUNETTE ASTRONOMIQUE.

On considère une lunette astronomique dont l'objectif est constitué par une lentille mince convergente, supposée parfaitement stigmatique et achromatique, de distance focale image $f' = 800$ mm. La partie utile de la lentille est limitée par un diaphragme circulaire, centré sur l'axe optique, de diamètre $\varnothing = 60$ mm. La lunette est précédée d'un filtre qui ne laisse passer que la lumière dont la longueur d'onde λ est voisine de $0,50 \mu\text{m}$ et n'a pas d'autre action.

À l'aide de cet objectif on désire observer une étoile double, assimilée à deux sources ponctuelles S_1 et S_2 situées à l'infini, de même intensité, séparées par un angle φ très petit (au maximum égal à quelques dizaines de secondes d'angle). Ces deux étoiles sont par exemple les deux composantes de $\Sigma 163$ Cas distantes angulairement de $\varphi = 34,7''$.

2.1. Qu'appelle-t-on lentille parfaitement stigmatique ? Lentille parfaitement achromatique ?

2.2. (*) Exprimer en fonction de φ et de f' la distance δ séparant les images de ces deux étoiles dans le plan focal image de l'objectif de cette lunette. Calculer numériquement δ en μm .

2.3. (*) En fait, lorsque la lunette est dirigée vers une étoile, assimilée à une source ponctuelle S placée à l'infini, on observe dans le plan focal image de la lentille une tache circulaire, appelée tache d'Airy, dont le premier minimum nul, autour du centre brillant, correspond à un rayon angulaire α donné par la relation : $\alpha = 1,22 \frac{\lambda}{\varnothing}$ (où α est exprimé en radian lorsque λ et \varnothing sont exprimés en mètres).

Quel phénomène physique met-on ainsi en évidence ?

Calculer numériquement, en secondes d'angle, la valeur de ce rayon angulaire α pour la lunette étudiée; en déduire le diamètre d , exprimé en μm , de la tache d'Airy dans le plan focal image de l'objectif.

2.4. Quelle est la valeur minimale de la distance angulaire séparant les deux composantes d'une étoile double pour que les deux étoiles puissent être séparées à l'aide de la lunette étudiée ? On supposera que les deux images sont encore distinctes si le maximum central de la tache d'Airy correspondant à l'une des deux étoiles coïncide avec le premier minimum nul de la tache d'Airy correspondant à l'autre étoile. Peut-on espérer, avec cet objectif, séparer les deux composantes de $\Sigma 163$ Cas ?

2.5. (*) Pour observer l'image obtenue dans le plan focal de l'objectif on utilise un oculaire que l'on assimilera à une lentille mince convergente, supposée parfaitement stigmatique et achromatique, de distance focale image $f'' = 8,0$ mm. Comment faut-il placer cette lentille pour que l'on puisse observer sans accommoder l'image d'une source ponctuelle placée à l'infini ? Faire un schéma représentant la position des deux lentilles ainsi que le trajet de trois rayons lumineux (dont deux judicieusement choisis) issus d'une étoile faisant avec l'axe optique de la lunette l'angle θ . En déduire, à l'aide de cette construction géométrique, la valeur du grandissement angulaire G de la lunette en fonction de f' et f'' . Si les deux composantes d'une étoile double sont distantes angulairement de φ , sous quel angle φ' seront-elles visuellement séparées après traversée de la lunette ? Calculer numériquement φ' dans le cas de $\Sigma 163$ Cas.

2.6. Sachant que la limite angulaire de résolution de l'œil ε est de $80''$ dans les meilleures conditions, le pouvoir séparateur de la lunette est-il limité par le pouvoir de résolution de l'œil ou par le pouvoir séparateur de l'objectif ?

Existe-t-il d'autres facteurs susceptibles de limiter ce pouvoir séparateur ? Quelles méthodes utilise-t-on pour y remédier ?

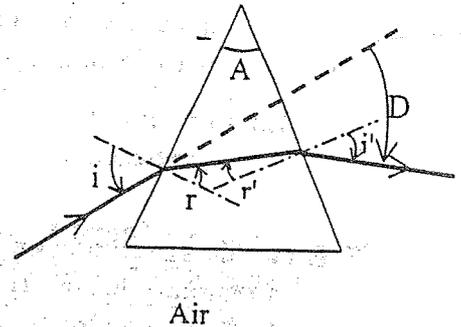
SECONDE PARTIE (40 points)

On se propose de comparer les possibilités du spectroscopie à prisme et du spectroscopie à réseau.

1- Étude du spectroscopie à prisme

1.1 Étude du prisme

Soit un prisme en flint (qualité particulière de verre) d'indice n pour une radiation de longueur d'onde λ . On désignera par A l'angle au sommet du prisme et par i, r, r', i' les angles successifs formés par le rayon lumineux avec les normales aux faces du prisme. Les angles i et i' sont comptés positivement si le rayon correspondant est, par rapport à la normale, du côté de la base, et négativement dans le cas contraire (r et r' sont respectivement du même signe que i et que i').



1.1.1 Donner les formules fondamentales concernant le prisme permettant de calculer r, r', i' et la déviation D (angle entre le rayon incident et le rayon émergent) pour n, A et i fixés.

1.1.2 Calculer les angles r, r', i' et D pour $A = 60^\circ, i = 45^\circ$ et $n = 1,648$ (indice du flint pour la raie jaune du sodium $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$).

1.2 Étude de la déviation D du prisme.

1.2.1 Démontrer qu'au minimum de déviation, on a la relation $\sin \frac{A+D_m}{2} = n \sin \frac{A}{2}$ pour une radiation de longueur d'onde λ donnée.

1.2.2 Calculer les angles i, r, r', i' et D_m pour $A = 60^\circ$ et $n = 1,648$.

1.2.3 Calculer les valeurs extrêmes de i pour qu'il y ait émergence sur la face de sortie du prisme.

1.3 Étude du spectroscopie à prisme.

Le prisme est éclairé en lumière parallèle dans les conditions du minimum de déviation (calculées à la question 1.2.1) par une lampe à vapeur de sodium émettant les radiations de longueur d'onde $\lambda_1 = 0,5890 \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0,5896 \mu\text{m}$. Le minimum de déviation est obtenu pour λ_2 . Cette source de lumière est placée devant la fente très fine d'un collimateur. Derrière le prisme, on place une lunette de telle sorte que son axe principal soit parallèle à l'un des faisceaux émergents ; on observe deux images de la fente, ou raies, dans le plan focal image de l'objectif (lentille convergente de distance focale image $f' = 1 \text{ m}$).

- 1.3.1 Réaliser le schéma soigné d'un spectroscopie à prisme faisant apparaître ses différents composants. Indiquez sur celui-ci les positions des raies R_1 et R_2 qui correspondent aux radiations λ_1 et λ_2 .
- 1.3.2 Déterminer l'expression $\frac{dD_m}{d\lambda}$ en fonction de D_m , A et $\frac{dn}{d\lambda}$.
- 1.3.3 L'indice du flint est convenablement représenté par la relation $n = 1,619 + \frac{0,0102}{\lambda^2}$ avec λ en micromètre. Calculer la distance Δx qui sépare les raies R_1 et R_2 dans le plan focal image de l'objectif de la lunette.
- 1.3.4 En réalité, un autre phénomène intervient, modifiant Δx . Indiquer lequel et expliquer succinctement son principe.

2- Étude du spectroscopie à réseau

On remplace le spectroscopie à prisme précédent par un spectroscopie qui met en œuvre un réseau par transmission possédant $N = 500$ traits par millimètre et dont les traits sont parallèles à la fente d'entrée du collimateur.

2.1 Étude du réseau

Ce réseau reçoit, sous une incidence i , un faisceau de lumière parallèle monochromatique.

- 2.1.1 Décrire succinctement le mode d'action du réseau sur la lumière.
- 2.1.2 On appelle θ_k l'angle correspondant au maximum d'intensité principal d'ordre k pour la longueur d'onde λ . Établir la relation liant le pas du réseau a , θ_k , i , λ et k en s'appuyant sur une figure précisant la convention de signe utilisée pour les angles.
- 2.1.3 Exprimer la déviation D_k correspondante en fonction de θ_k et i . (représenter D_k sur la figure précédente).
- 2.1.4 Dans le cas d'une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,5890 \mu\text{m}$, montrer que, pour un ordre k donné, la déviation passe par un extremum dont on admettra qu'il s'agit d'un minimum D_{km} , pour un réglage précis de l'incidence i . Réaliser le schéma correspondant.
- 2.1.5 Donner la relation entre D_{km} , k , a et λ dans le cas du minimum de déviation.

2.2 Étude du spectroscopie à réseau

- 2.2.1 Indiquer les modifications qu'il faut réaliser pour transformer un spectroscopie à prisme en spectroscopie à réseau.
- Comme à la question 1.3, le réseau est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, placée devant la fente du collimateur, émettant les radiations de longueur d'onde λ_1 et λ_2 .*
- 2.2.2 Déterminer l'expression $\frac{d\theta_{km}}{d\lambda}$ du réseau utilisé au minimum de déviation pour la radiation de longueur d'onde $\lambda_1 = 0,5890 \mu\text{m}$.
- 2.2.3 Calculer la distance x qui sépare les raies R_1 et R_2 dans le plan focal image de l'objectif de la lunette pour le maximum d'ordre $k = 2$. Commenter ce résultat.

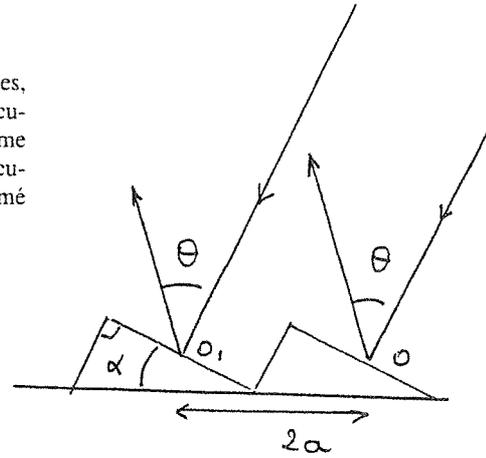
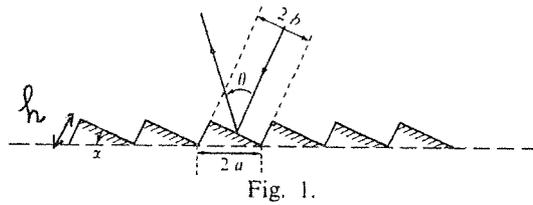
3- Comparaison des deux types de spectroscopes.

Dresser, sous forme d'un tableau comparatif, la liste des avantages et des inconvénients des deux types de spectroscopes.

Réseau échelle

(Contrôle Janvier 98)

Un réseau à échelle est constitué de N bandes réfléchissantes planes, parallèles, de longueur infinie, de même largeur $2b$, décalées perpendiculairement les unes par rapport aux autres d'une même distance $2a$ comme il est indiqué figure 1. Les intervalles qui séparent deux bandes consécutives ne réfléchissent pas la lumière incidente. On appelle α l'angle formé entre les bandes réfléchissantes et la direction d'ensemble du réseau.



- 1°) On admettra que l'amplitude diffractée par une bande dans la direction θ est identique à celle diffractée par une fente de largeur $2b$ et vaut

$$a(\theta) = k \times 2b \times \left(\frac{\sin \frac{2\pi b \sin \theta}{d}}{2\pi b \frac{\sin \theta}{d}} \right) \approx k \times 2b \left(\frac{\sin \frac{2\pi b \theta}{d}}{\frac{2\pi b \theta}{d}} \right) \quad \theta \text{ petit}$$

Tracer l'intensité diffractée par une bande en fonction de θ

- 2°) Calculer la différence de marche δ entre 2 centres O, O_1 de 2 faces réfléchissantes successives. On déduira $\varphi(\theta)$ déphasage entre 2 bandes.
- 3°) On déduira l'intensité diffractée par l'ensemble du réseau dans la direction θ . Indiquez quelle relation permet de trouver les maxima d'intensité du réseau (on donnera une relation liant d et θ)

AN: quelle doit être la valeur de α pour que la direction de l'onde incidente corresponde au maximum d'ordre $k_0 = 3$?

- 4°) Si θ est petit pour pouvoir assimiler $\cos \theta = 1$ $\sin \theta = \theta$, trouver la position angulaire θ des maxima d'ordre $k \neq k_0$. On exprimera $\theta = f(d, k_0, k, a, \alpha)$

Montrer que pour $k \neq k_0$, les maxima principaux du réseau sont en fait éteints à cause du terme de diffraction. Tracer dans ce cas l'allure de $I(\theta)$ du réseau en fonction de θ et en déduire l'existence d'ordres secondaires.

Concours blanc Capes Janvier 2010

Partie optique (d'après capes interne 2009)

I. Notions générales en spectrophotométrie

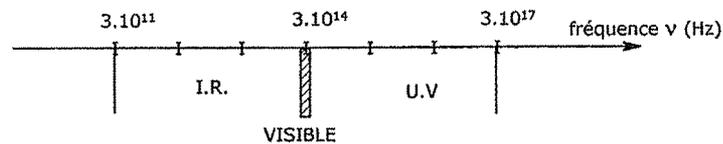
I.1. Interaction lumière-matière

I.1.1. Relations fondamentales :

Un rayonnement électromagnétique monochromatique est une onde qui se caractérise au niveau temporel par sa fréquence ν ou sa pulsation ω .

- a) Rappeler la relation entre ν et ω . Préciser le nom usuel et le symbole des unités du système international employées.
- b) Donner la définition du paramètre spatial associé à ce type d'onde et appelé « longueur d'onde » et noté λ .
- c) Rappeler la relation entre la longueur d'onde dans le vide λ_0 et la période temporelle du rayonnement électromagnétique, en déduire la relation entre λ_0 et λ .
- d) Un rayonnement électromagnétique peut être également considéré comme un flux de corpuscules élémentaires appelés photons. On associe à chacun de ces photons une énergie ε . Donner la relation entre ε et ν .
Quel nom de physicien donne-t-on à cette relation ?
En quelle année a-t-il reçu le prix Nobel pour ses travaux sur ce thème : 1850 ? 1918 ? 1946 ? 1982 ?

I.1.2. A partir de l'échelle en fréquence des rayonnements électromagnétiques s'étendant de l'UV, au visible et jusqu'à l'IR, établir les échelles correspondantes :



- a) en longueur d'onde dans le vide des ondes électromagnétiques ;
- b) en énergie de photons (exprimées en eV).

Données :

$$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$
$$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

I.1.3.

- a) On considère une espèce chimique possédant deux niveaux d'énergie discrets E_1 et E_2 avec $E_2 > E_1$.
Quelle est la longueur d'onde dans le vide du rayonnement électromagnétique que peut absorber l'espèce chimique pour transiter du niveau E_1 vers E_2 ?

b) Associer chaque rayonnement à la (ou les) transition(s) entre niveaux d'énergie qu'il permet de réaliser :

Rayonnement
- UV
- Rayonnement visible
- Rayonnement IR

Transitions
- entre niveaux d'énergie électroniques
- entre niveaux d'énergie vibrationnels

I.2. Principe de la mesure d'absorbance

I.2.1. La grandeur mesurée est soit l'absorbance soit la transmittance de l'échantillon, à une longueur d'onde donnée.

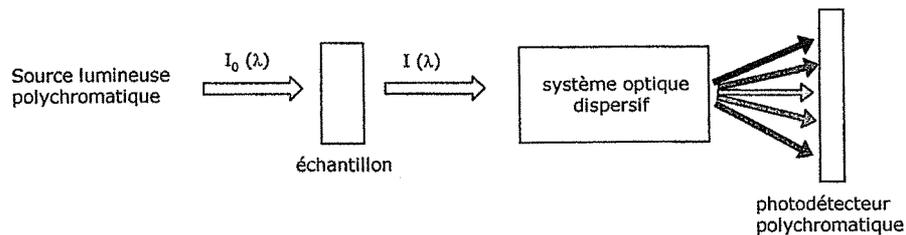
Définir succinctement chacune de ces grandeurs, par une relation faisant intervenir l'intensité lumineuse. On s'appuiera sur un schéma.

I.2.2. Donner la loi de Beer Lambert en nommant les grandeurs physiques qu'elle fait apparaître.

Préciser la dimension de chacune d'elles ainsi que le domaine de validité de la loi.

II. Etude de quelques éléments d'un spectrophotomètre UV-Visible

Le schéma de principe d'un spectrophotomètre utilisant un photodétecteur à barrettes de diodes est le suivant :



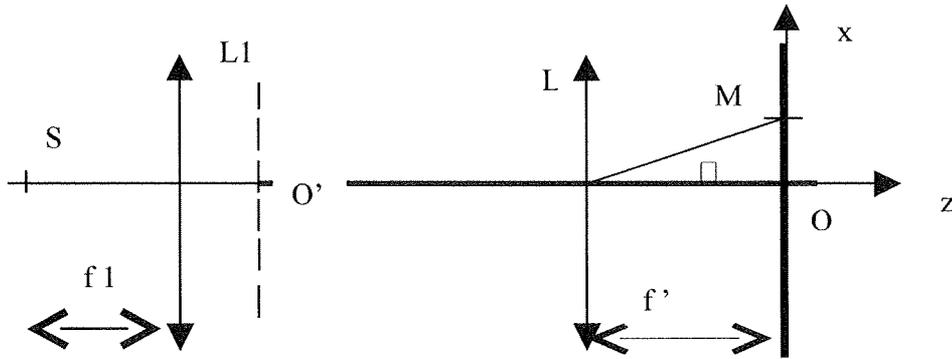
On se propose ici d'étudier le principe de la diffraction et de la dispersion de la lumière par un réseau, élément essentiel d'un spectrophotomètre.

II.1 Observation de la dispersion

Un professeur souhaite montrer à ses élèves le phénomène de dispersion de la lumière blanche. Parmi les sources lumineuses suivantes, laquelle choisir ?

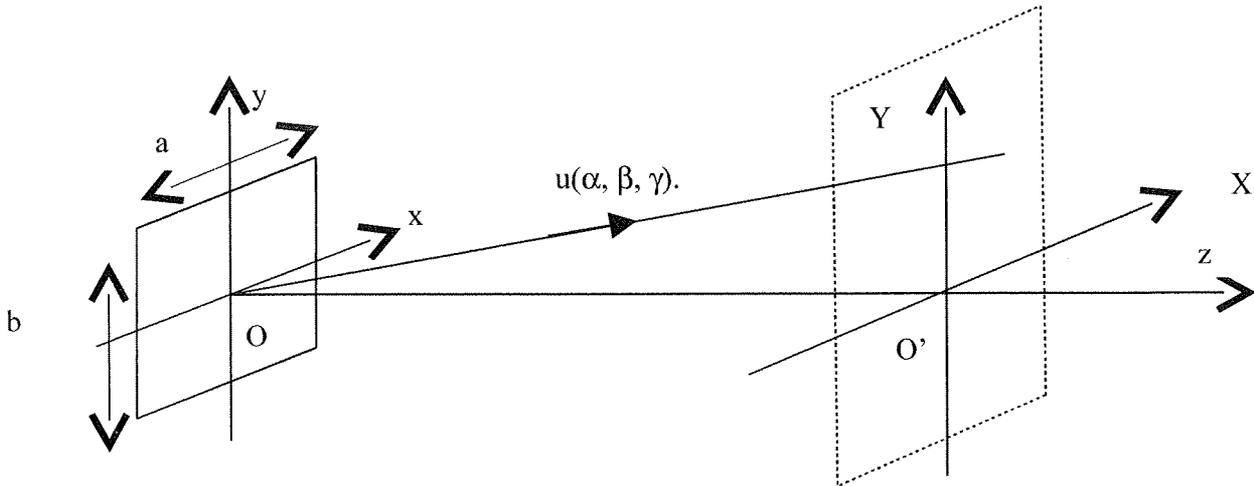
- Lampe à vapeur de sodium
- Laser Hélium-Néon
- Lampe quartz iode

II.2 Diffraction d'un faisceau parallèle par un réseau.



Le réseau par transmission est constitué de fentes «infiniment» fines parallèles à oy, est éclairé en incidence normale par une source ponctuelle S située sur l'axe Oz en F₁ foyer de la lentille L₁. L'écran d'observation est situé au foyer de la lunette de visée L de focale f' = 1m . Le pas du réseau est p, le nombre de fentes par unité de longueur est n, le nombre total de fentes éclairées est N.

II.2.1 Diffraction à l'infini par une fente rectangulaire.



Une onde monochromatique plane de direction de propagation Oz , de longueur d'onde λ éclaire le plan (xoy) d'une fente de côtés (a,b). On observe l'intensité diffractée à l'infini dans la direction $\vec{u}(\alpha, \beta, \gamma)$ (dans le plan focal d'une lentille L ou à une distance très grande du plan de la fente) .

Dans ces conditions d'observation (diffraction de Fraunhofer), l'amplitude diffractée dans la direction \vec{u} par la fente rectangulaire de côtés a et b est:

$$I = I_0 \sin_c^2\left(\frac{\pi \alpha a}{\lambda}\right) \sin_c^2\left(\frac{\pi \beta b}{\lambda}\right)$$

- 1) Tracez la courbe $\sin_c^2\left(\frac{\pi \alpha a}{\lambda}\right)$ en fonction de α .
- 2) Si $(b \gg a \text{ et } b \gg \lambda)$ tracez l'allure de la figure d'intensité obtenue dans le plan de l'écran d'observation (X,Y)

II.2.2 Diffraction à l'infini par le réseau.

- 1) Justifiez le fait que les fentes diffractent dans le plan (xOz) et avec la même intensité dans toutes les directions θ .
- 2) Tracez la marche des rayons issus de S et arrivant en M.

II.3 Interférences des rayons diffractés.

- a) Justifiez le fait que ces rayons interfèrent.
- b) Sachant que les lentilles sont stigmatiques, exprimez la différence de marche δ entre deux rayons passant par deux fentes successives du réseau ainsi que leur déphasage φ en considérant le faisceau incident monochromatique de longueur d'onde λ .
- c) En déduire l'expression de l'amplitude résultante au point M puis de l'intensité au point M en fonction de φ .

Vous montrerez que
$$I_M = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

- d) Pour quelles valeurs de φ obtient-on les maxima principaux du réseau? Quelles sont les valeurs de θ correspondantes ?
- e) Montrez que la largeur d'un maximum principal est : $\Delta\varphi = \frac{4\pi}{N}$.
- f) Tracez l'allure de la fonction intensité en fonction de φ .
- g) $\lambda = 0.60\mu\text{m}$ $n = 500\text{traits/mm}$. Trouvez les positions angulaires θ_k des maxima principaux d'ordre k pour cette radiation jaune. En déduire leurs positions x_k .

II.4 Eclairage en lumière non monochromatique.

On considère deux radiations lumineuses de longueurs d'onde voisines λ_0 et $\lambda_0 + \Delta\lambda$ ($\lambda_0 = 0.589 \mu\text{m}$). On souhaite, dans un ordre donné k, séparer ces deux raies avec le réseau.

On cherche donc à exprimer le rapport $\left(\frac{\lambda}{d\lambda}\right) = R$, appelé limite de résolution du réseau.

- a) Représentez autour de l'ordre k la fonction intensité (en fonction de φ) due aux deux radiations λ_0 et $\lambda_0 + \Delta\lambda$.
- b) Expliquez pourquoi les deux raies peuvent ou non être séparées par le réseau. En admettant le critère de Rayleigh (que vous énoncerez) comme critère de séparation limite, déduire la résolution théorique du réseau.
- c) Quel est le nombre total de traits N que doit posséder le réseau pour séparer à l'ordre 1 le doublet du sodium ($\lambda_0 = 589\text{nm}$ et $\Delta\lambda = 0.6\text{nm}$) ?