

OPTIQUE
PREPARATION AU PLP2
Master 2



Exercice n° 3 : lame mince et fibre optique.

Première partie : Déviation d'un rayon lumineux par une lame à faces parallèles.

Extrait d'un sujet de travaux pratiques de Baccalauréat Professionnel.

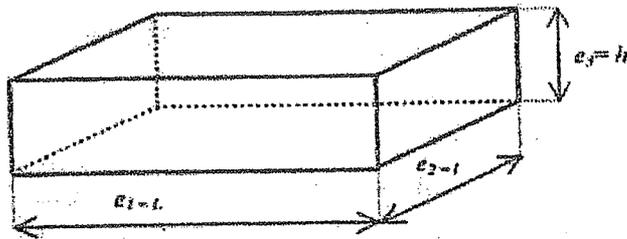
BUT DES MANIPULATIONS :

Étudier la déviation d'un rayon lumineux lorsqu'il traverse une lame à faces parallèles.

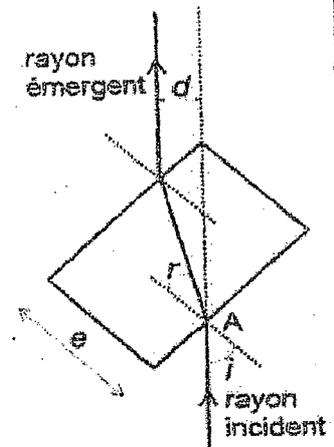
INFORMATIONS :

- Une lame à faces parallèles est un milieu réfringent limité par deux faces planes et parallèles ; ce milieu est placé dans un milieu différent, généralement de l'air.
Exemple : une vitre placée dans l'air.

- Dans l'étude qui suit, on utilise un parallélépipède rectangle ; celui-ci représente un système de trois lames à faces parallèles d'épaisseur $e_1 = L$, $e_2 = l$ ou $e_3 = h$.



- On étudie la marche d'un rayon lumineux à travers une lame à faces parallèles d'épaisseur e comme indiqué sur le schéma ci-contre.

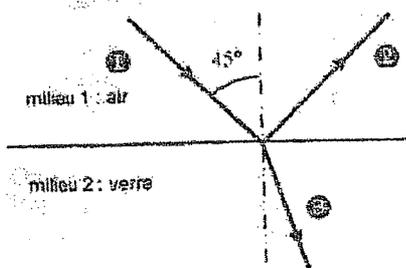


Questions destinées aux candidats des concours CAPLP et CAER.

Un rayon lumineux (rayon ①) vient frapper la surface plane d'une lame de verre.

Au contact de la surface entre l'air et le verre, ce rayon donne naissance à deux autres rayons lumineux :

- un rayon qui se propage dans l'air (rayon ②) ;
- un rayon qui se propage dans le verre (rayon ③).



Données :

indice de l'air : $n_1 = 1,0$;

indice du verre : $n_2 = 1,5$;

mesure de l'angle d'incidence : $i = 45^\circ$.

On note i' la mesure de l'angle de réflexion et r la mesure de l'angle de réfraction.

1. Terminologie et expérimentation.

- 1.1. Nommer chaque rayon lumineux.
- 1.2. Quel est le milieu le plus réfringent ? Justifier la réponse.
- 1.3. Décrire un montage expérimental mettant en évidence le caractère coplanaire des trois rayons.

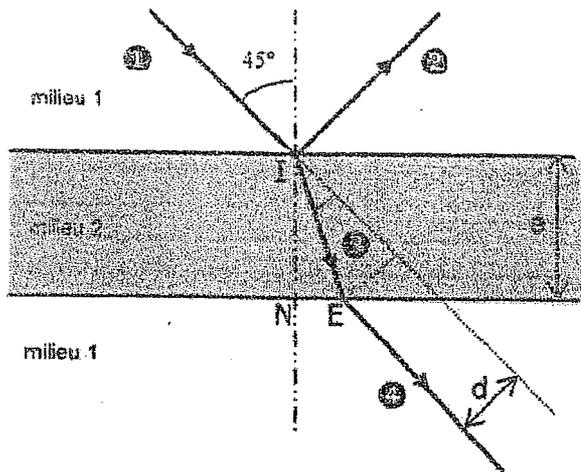
2. Mesures des angles de réflexion et de réfraction.

- 2.1. Rappeler les lois de la réflexion ainsi que celles de la réfraction (Lois de Snell- Descartes).
- 2.2. Indiquer la mesure de l'angle de réflexion i' et calculer la mesure de l'angle de réfraction r .

3. Calcul du déplacement d.

Le milieu 2 est en fait une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e.

3.1. Montrer que les rayons lumineux incident et émergent sont parallèles.



Notations :

d : distance correspondant à la déviation du rayon incident ;

e : épaisseur de la lame de verre.

3.2. Exprimer d en fonction de i, r et l'IE.

3.3. Exprimer e en fonction de r et IE.

3.4. Dédire des questions précédentes l'expression de d en fonction de e, i et r.

4. Application numérique.

Calculer la distance d si $i = 45^\circ$, $r = 28^\circ$ et $e = 5,0$ mm.

Seconde partie : Fibre optique multimode à saut d'indice.

Une fibre optique est constituée d'un cœur cylindrique transparent en silicium de rayon a et d'indice n_1 . Ce cœur est entouré par une gaine transparente en silicium dopé d'indice n_2 (n_2 inférieur à n_1) et de rayon extérieur b. Un revêtement plastique protège l'ensemble.

Les faces d'entrée et de sortie du cœur sont perpendiculaires au cylindre d'axe Oz formé par la fibre.

L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu extérieur d'indice n_0 .

On considère un rayon SI arrivant en un point I sur la face d'entrée de la fibre et contenu dans le plan Oxz (Figure 1).

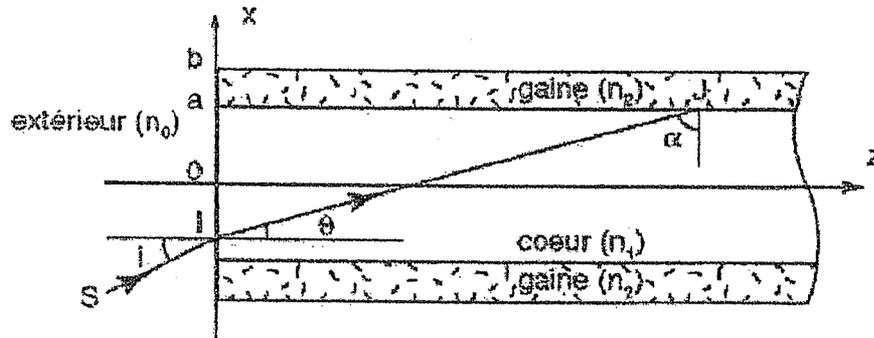


Figure 1

1. Écrire les relations liant les angles i et θ d'une part, et les angles θ et α d'autre part,

2. L'intérêt est de conserver dans le cœur de la fibre la totalité de l'énergie transportée par le rayon lumineux.

2.1. Quel est le nom du phénomène qui doit se produire à l'interface cœur-gaine pour que cela soit réalisé ?

2.2. Exprimer alors la condition entre un angle particulier α_{lim} que l'on définira, n_1 et n_2 .

3. Dédire des trois relations précédentes (questions 1 et 2) que le rayon lumineux reste dans le cœur de la fibre optique si

la relation $\sin i \leq \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2}}$ est vérifiée. (on rappelle que $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$).

4. Application numérique: calculer la mesure de l'angle d'incidence maximum i_M pour lequel l'égalité de la relation de la question 3 est vérifiée.

On prendra : $n_0 = 1,000$; $n_1 = 1,460$ et $n_2 = 1,454$.

5. Citer les principaux avantages de la fibre optique par rapport au câble électrique.

Le sujet traite de la détermination :

- de l'angle de raccordement d'un liquide sur une surface plane, par une méthode optique ;
- de l'indice de réfraction de ce liquide avec un réfractomètre de Pullfrich.

II.1. Étude de la goutte

Lorsqu'un liquide est déposé sur une surface plane horizontale, il forme généralement une goutte ou, si son volume est important, une flaque.

La ligne où se coupent les trois interfaces solide/liquide, liquide/vapeur et vapeur/solide est appelée ligne triple. Pour une goutte ayant la symétrie de révolution, cette ligne triple est un cercle de rayon ρ .

En un point de la ligne triple, l'interface liquide/vapeur fait avec le plan solide un angle θ , appelé angle de contact ou de raccordement (figure 1). On s'intéresse aux liquides pour lesquels θ varie entre 0 et 45° .

On envisage le dispositif représenté sur la figure 2, dans laquelle les proportions ne sont pas respectées.

Une goutte de liquide ayant la symétrie de révolution autour de l'axe Oz est posée sur le plan solide, d'équation $z = 0$. Elle est éclairée par un faisceau laser élargi, d'axe Oz et de section circulaire de diamètre $d = 5 \text{ mm}$ ($d = 2\rho$). La trace du faisceau réfléchi par la goutte de liquide sur un écran semi-transparent confondu avec le plan d'équation $z = h$ est un disque dont le bord est un cercle d'axe Oz et de diamètre $D > d$.

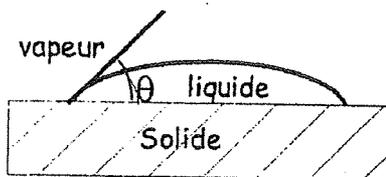


figure 1

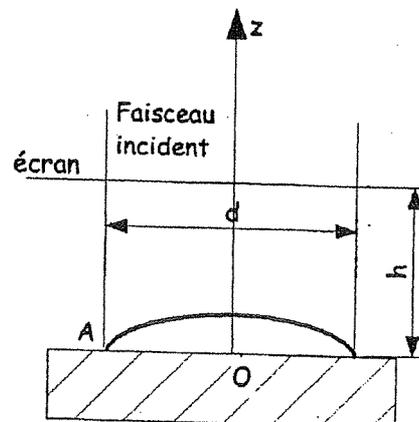


figure 2

II.1.1. Le faisceau cylindrique issu du laser possède un diamètre $d_0 = 1 \text{ mm}$. Schématiser un montage permettant d'en faire un faisceau élargi de diamètre $d = 5 \text{ mm}$ à l'aide d'une lentille mince convergente, de distance focale f_1 , suivie d'une lentille mince convergente, coaxiale à la précédente, de distance focale f_2 .

II.1.2. Déterminer f_2 et la distance L entre les deux lentilles pour $f_1 = 1$ cm.

II.1.3. Soit un rayon incident arrivant sur la goutte en un point A de la ligne triple. Le plan tangent à l'interface liquide/vapeur en A fait avec le plan d'équation $z = 0$ un angle θ . Reproduire et compléter le schéma du dispositif en y portant tous les rayons lumineux intéressants.

II.1.4. En déduire l'angle que fait le rayon lumineux réfléchi par l'interface liquide/vapeur avec Oz .

II.1.5. Soit un rayon lumineux frappant la goutte ailleurs que sur la ligne triple et θ l'angle que fait le plan tangent à l'interface liquide/vapeur en ce point avec le plan d'équation $z = 0$. Justifier que les rayons se réfléchissant sur la goutte ailleurs que sur la ligne triple ne contribuent pas à la délimitation de la tache observée.

II.1.6. En déduire le diamètre D de la tache observée en fonction de θ , d et h .

II.1.7. Calculer numériquement l'angle de contact θ pour une goutte d'eau posée sur du verre traité sachant que $d = 5$ mm, $h = 12$ cm et $D = 4,2$ cm.

II.2. Etude de la déviation d'une lumière monochromatique par un prisme placé dans l'air

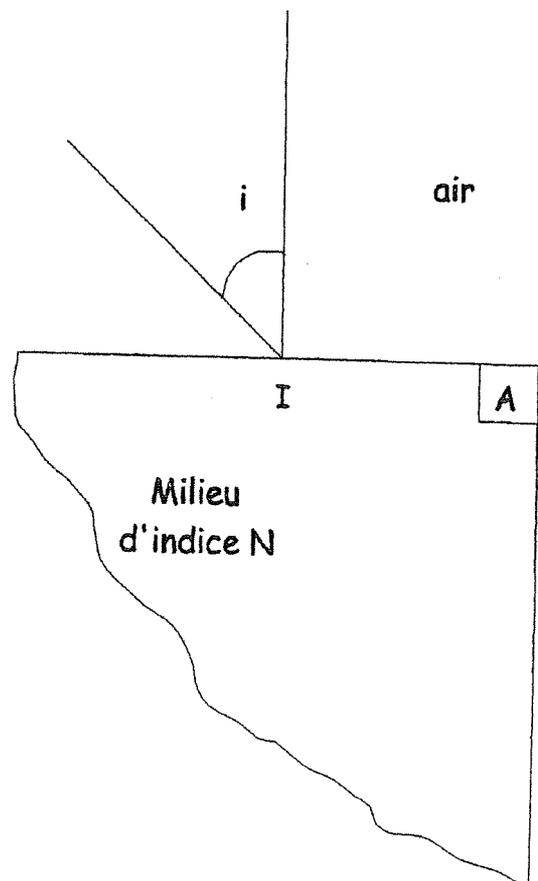
Le rayon laser peut maintenant être orienté grâce à un dispositif adapté de façon à venir frapper la surface d'un prisme en un point I sous une incidence réglable.

Soit un prisme en verre, d'indice de réfraction N pour une longueur d'onde λ , d'angle au sommet $A = 90^\circ$, plongé dans l'air d'indice n_a .

II.2.1. Tracer la marche d'un rayon lumineux monochromatique dans le plan de section principale. On désignera par i , r , r' , i' les angles successifs formés par le rayon lumineux avec les normales aux faces du prisme.

II.2.2. Ecrire les relations qui existent entre ces angles et l'angle A du prisme.

II.2.3. Construire plusieurs rayons lumineux arrivant au point I et montrer qu'il existe, sur la face de sortie, une limite au-delà de laquelle il n'y a plus de rayon émergent. Pour quelle valeur de i obtiendra-t-on cette limite ?



II.3. Intervention d'un autre milieu

La face d'entrée du prisme baigne dans un milieu d'indice n ($n < N$) tandis que la face de sortie baigne dans un milieu d'indice n_a . On fait varier l'angle d'incidence i .

II.3.1. Pour quelle valeur de i atteint-on la réfraction limite sur la face d'entrée du prisme ? On affectera l'indice ℓ aux angles correspondant à cette situation.

II.3.2. Tracer la marche d'un rayon représentant cette position limite.

II.3.3. En déduire la relation liant r_ℓ à N et n .

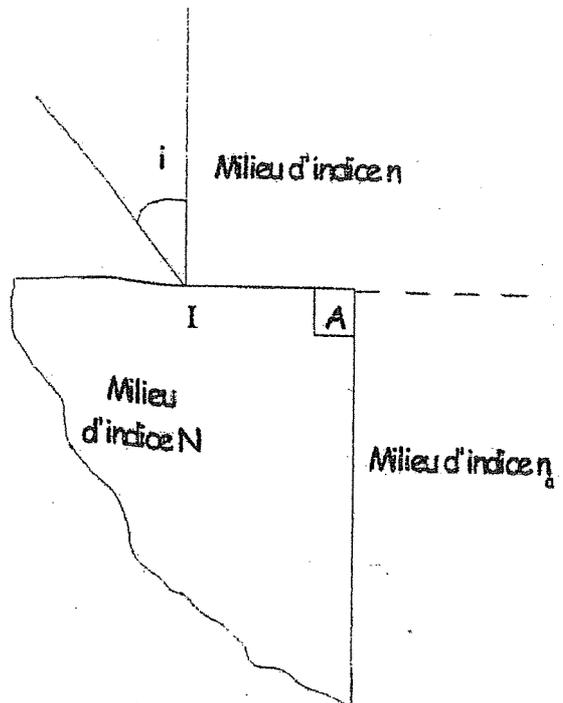
II.3.4. Montrer que l'on peut alors écrire :

$$n_a \sin(i'_\ell) = N \cos(r_\ell)$$

II.3.5. En déduire l'expression : $n = [N^2 - n_a^2 \sin^2(i'_\ell)]^{1/2}$.

II.3.6. Une goutte de liquide, d'indice n_1 , est posée sur la face d'entrée du prisme.

Calculer l'indice n_1 avec : $N = 1,6480$; $n_a = 1,0003$; $i'_\ell = 43^\circ 45'$.



II.4. Sensibilité

La sensibilité de l'appareil est telle que deux liquides pourront être différenciés par mesure de l'indice, à condition que la variation de l'angle i'_ℓ entre les deux mesures soit au moins égale à une minute d'angle : $\Delta i'_\ell = 1'$.

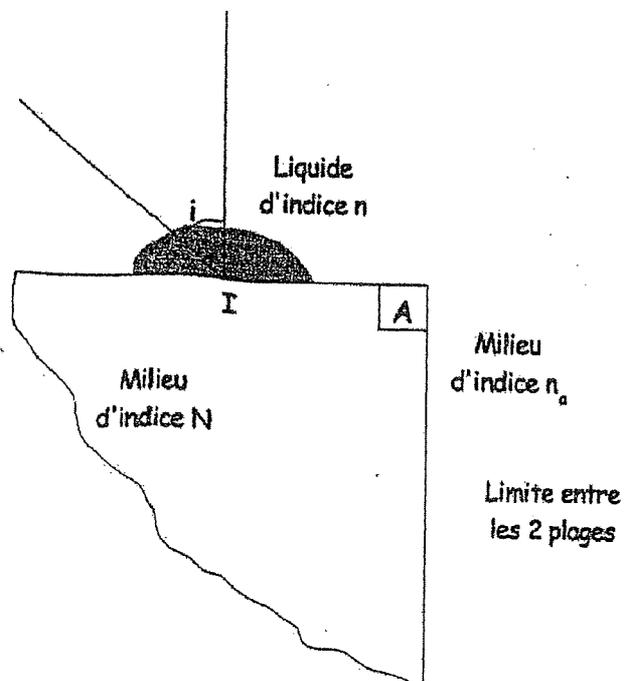
Il s'agit de savoir si l'appareil pourra différencier l'o-xylène, le m-xylène et le p-xylène, d'indices respectifs n_o , n_m et n_p .

II.4.1. Exprimer la variation Δn de l'indice de réfraction, en fonction de $\Delta i'_\ell$.

II.4.2. Calculer Δn .

II.4.3. Peut-on différencier les 3 produits ?

Données : $n_o = 1,5053$; $n_m = 1,4972$; $n_p = 1,4959$.



Données :

– Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (on considérera que la célérité des ondes dans l'air est égale à leur célérité dans le vide).

– Constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

– $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

– Ordre de grandeur des longueurs d'onde dans le vide correspondant aux principales couleurs du spectre visible :

violet : 410 nm
 bleu : 480 nm
 vert : 520 nm
 jaune : 590 nm
 orange : 630 nm
 rouge : 660 nm

Dans cet exercice, on étudie les phénomènes subis par la lumière à la traversée d'un prisme d'angle $A = 60^\circ$ (fig. 1), placé dans l'air et constitué d'un verre dont l'indice par rapport à l'air est $n = 1,621$ pour une radiation de longueur d'onde dans l'air $\lambda = 589,3 \text{ nm}$.

1.1. Un rayon incident monochromatique $R_1 I_1$, contenu dans un plan perpendiculaire à l'arête du prisme (plan de section principale), pénètre dans le prisme en I_1 (point d'intersection du rayon avec la face 1 du prisme), traverse le prisme et ressort en I_2 (point d'intersection du rayon avec la face 2 du prisme). On appelle $I_2 R_2$ le rayon émergent de la face 2.

1.1.1. Calculer la longueur d'onde dans le prisme de la radiation dont la longueur d'onde dans l'air est $\lambda = 589,3 \text{ nm}$.

1.1.2. Énoncer les lois de la réfraction au point I_1 .

1.1.3. À partir de quelle valeur de l'angle r_2 observe-t-on la disparition du rayon émergent $I_2 R_2$?

Application numérique pour la radiation de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 589,3 \text{ nm}$.

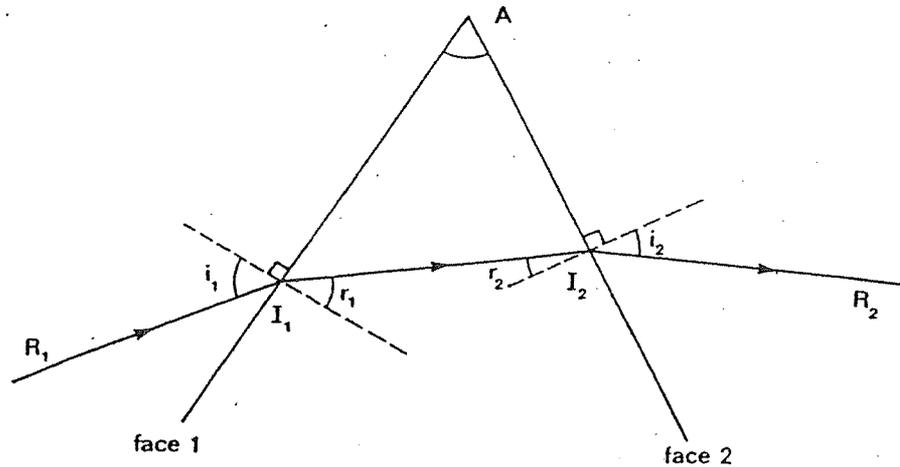


Figure 1

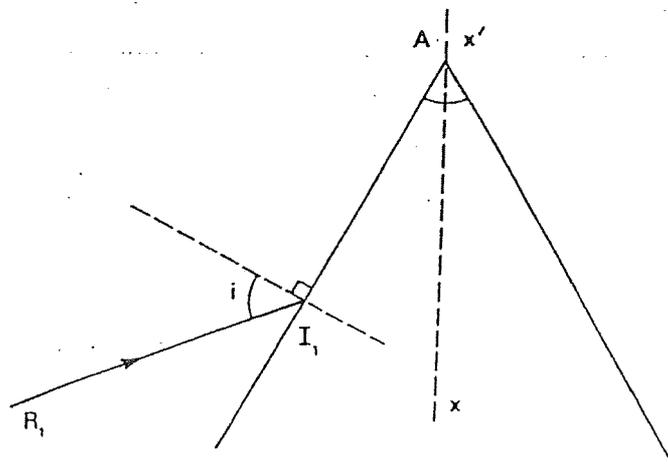


Figure 2

1.1.4. Quel est l'ensemble des valeurs de l'angle i_1 permettant d'observer un rayon émergent I_2R_2 ?
Application numérique pour la radiation de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 589,3 \text{ nm}$.

1.2. Dans toute cette question, le prisme est orienté de sorte que le rayon émergent de la face 2 soit symétrique du rayon incident par rapport à l'axe de symétrie $x'x$ du prisme (fig. 2).

1.2.1. Représenter le trajet ($R_1I_1I_2R_2$) du rayon lumineux correspondant.

1.2.2. Représenter l'angle de déviation D du rayon lumineux à la traversée du prisme.

1.2.3. On désigne par i l'angle d'incidence du rayon R_1I_1 .

Exprimer l'angle D en fonction de i et A .

1.3. On réalise le montage représenté par la figure 3; l'écran (E) et la lentille L sont disposés de façon à obtenir une image nette en F' de la fente F éclairée par une source S.

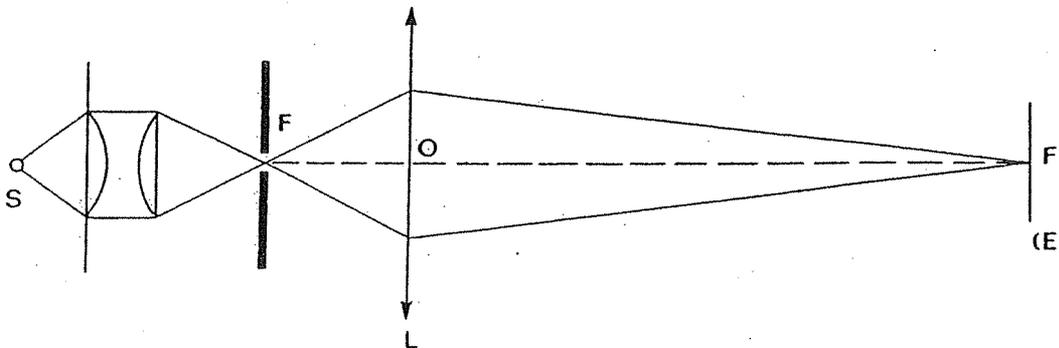


Figure 3

1.3.1. Parmi les lentilles de vergence $C_1 = 2$ dioptries, $C_2 = 5$ dioptries, $C_3 = -4$ dioptries et $C_4 = 2,5$ dioptries, quelle est celle qui a été utilisée pour réaliser ce montage? ($SF = 0,30 \text{ m}$; $FO = 0,25 \text{ m}$; $OF' = 1 \text{ m}$.)

1.3.2. On interpose entre la lentille L et l'écran (E) un prisme de verre, d'arête parallèle à la fente F.

1.3.2.1. Qu'observe-t-on sur l'écran lorsque S est une source de lumière blanche?

1.3.2.2. Quel est le nom du phénomène mis en évidence?

1.3.3. Ce phénomène, mis en évidence au moyen du prisme, se manifeste-t-il aussi dans l'utilisation des lentilles? Si oui, quel est son effet?

1.4. La lumière qui compose le faisceau incident est formée des radiations émises par un atome d'hydrogène.

Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation $E_m = -\frac{E_0}{m^2}$ ($E_0 = 13,6 \text{ eV}$ et $m \in \mathbb{N}$).

1.4.1. Établir, en fonction de h , c , E_0 et m , l'expression donnant la longueur d'onde λ des radiations émises lorsque les atomes d'hydrogène excités passent d'un état d'énergie caractérisé par $m > 2$ au niveau d'énergie $m = 2$.

1.4.2. Calculer les longueurs d'onde visibles. Indiquer les couleurs associées à la plus grande et à la plus petite longueur d'onde.

Capesa interne 2004

PARTIE II : DISPERSION DE LA LUMIÈRE PAR UN PRISME (30 points)

Cette étude se réfère à un exercice de physique proposé au baccalauréat série S.

II.1. Corrigé de l'exercice

- 1.1. Proposer un corrigé succinct de l'exercice de baccalauréat proposé en annexe 1.
- 1.2. Quelle est la caractéristique d'un "flint"? Connaissez-vous d'autres natures de verre ?

II.2. Approfondissement

On considère le prisme d'angle au sommet A, éclairé sous incidence i (variable) par une radiation de longueur d'onde λ , d'indice n pour cette longueur d'onde. Le schéma du prisme est fourni en annexe 3, figure 1.

$$n = a' + \frac{b'}{\lambda^2} \quad (\text{cf donnée numérique p 14})$$

Les équations relatives au prisme sont : $\sin i = n \sin r$, $\sin i' = n \sin r'$, $A = r + r'$ et $D = i + i' - A$.

2.1. Comme l'indique la dernière relation ci-dessus, la déviation est fonction de l'angle d'incidence.

On cherche à déterminer le minimum de déviation, D_m .

- 2.1.1. Montrer que $dD/di = 1 - (\cos r' \cos i) / (\cos i' \cos r)$
- 2.1.2. En déduire les valeurs de r , r' , i et i' en fonction de A et D_m .
- 2.1.3. Comment peut-on déterminer expérimentalement l'indice du prisme pour la longueur d'onde considérée ?

2.2. Spectromètre à prisme et dispersion angulaire (voir annexe 3, figure 2)

Le prisme du spectromètre est éclairé en lumière parallèle sous une incidence i fixée. Pour produire le faisceau parallèle incident, on place entre la source et le prisme, une fente parallèle à l'arête du prisme et une lentille de distance focale f . Le spectre est recueilli dans le plan focal d'une lentille de même distance focale f . La base de la partie éclairée du prisme est b , celui-ci est éclairé jusqu'à son arête. Le faisceau émergent sous l'angle i' a une largeur a dans le plan de section principal du prisme.

On appelle dispersion angulaire la quantité $D_a = dD/d\lambda = dD/dn \times dn/d\lambda$, $dn/d\lambda$ étant caractéristique du matériau.

- 2.2.1. Montrer que $dD/dn = \sin A / (\cos r \cos i')$
- 2.2.2. On se place au minimum de déviation, pour une longueur d'onde donnée, pour la suite de l'exercice. Montrer que dD/dn s'exprime en fonction de a et b .
- 2.2.3. En déduire l'expression de D_a en fonction de a, b, b'
- 2.2.4. Déterminer la dispersion angulaire du système ayant les caractéristiques suivantes :

$$b = 4 \text{ cm}, \quad a = 2 \text{ cm} \quad \text{pour } \lambda_1 \text{ et } \lambda_2.$$

2.2.5 Calculer $(dD)_{\lambda_1}$ et $(dD)_{\lambda_2}$ pour $d\lambda = 1 \text{ nm}$. Dans quel cas est-on le plus dispersif ?

ANNEXE 1 : sujet de baccalauréat

DISPOSITIF :

Le schéma du prisme est fourni en annexe 2.

On considère un prisme en flint. L'indice de réfraction de ce verre est de :

$$n_1 = 1,867 \text{ pour une radiation de longueur d'onde } \lambda_1 = 768 \text{ nm}$$

$$n_2 = 1,971 \text{ pour une radiation de longueur d'onde } \lambda_2 = 392 \text{ nm}$$

Ces deux radiations sont aux limites du visible.

L'angle au sommet est $A = 60,0^\circ$

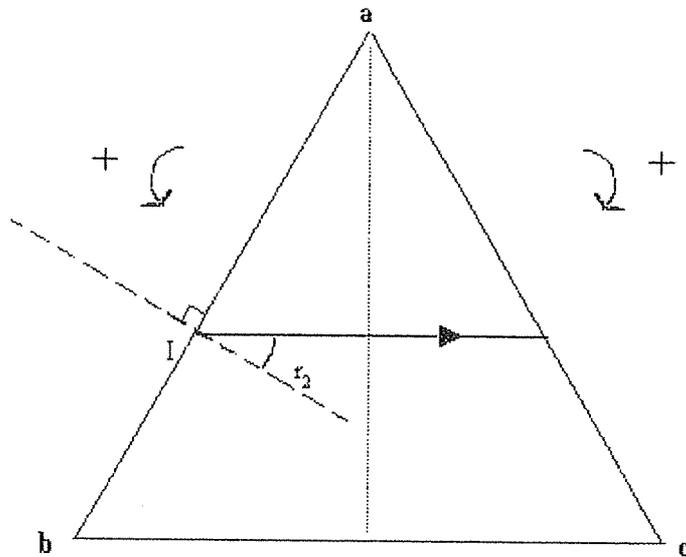
$$n = a' + \frac{b'}{\lambda^2} \quad \text{Calculer } b'.$$

QUESTIONS :

1. Quelles sont les couleurs des deux radiations lumineuses utilisées ?
2. Un faisceau de lumière blanche arrive sur la face (ab) du prisme.
À l'intérieur du prisme, le rayon de longueur d'onde λ_2 a un parcours perpendiculaire à l'axe de symétrie du prisme, l'angle de réfraction sur la face (ab) de ce rayon valant $r_2 = 30^\circ$.
 - a) Quelle est la valeur de l'angle d'incidence i du faisceau de lumière blanche ?
 - b) Tracer sur le schéma en annexe 2 le rayon incident en I.
3. a) Quelle est la valeur r_1 de l'angle de réfraction de la radiation de longueur d'onde λ_1 ?
b) Tracer ce rayon sur le schéma en annexe 2.
4. On montre que $A = r_1 + r'_1$ et $A = r_2 + r'_2$ avec r'_1 et r'_2 les valeurs des angles d'incidence sur la face (ac) du prisme pour les radiations de longueur d'onde λ_1 et λ_2 .
Déterminer r'_1 et r'_2
5. Soient I_1 et I_2 les points de la face (ac) du prisme où arrivent les rayons correspondant aux radiations lumineuses de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 .
 - a) Calculer les valeurs i'_1 et i'_2 des angles de réfraction de ces deux rayons sur la face (ac) du prisme.
 - b) Tracer ces deux rayons sur le schéma en annexe 2.
6. Soit Δ l'angle de dispersion de la lumière blanche à la sortie du prisme
 - a) Exprimer Δ en fonction de i'_1 et i'_2 .
 - b) Calculer Δ .

ANNEXE 2

Les conventions de signe sur les faces d'entrée (ab) et de sortie (ac) du prisme sont rappelées sur le schéma.



ANNEXE 3

figure 1 :

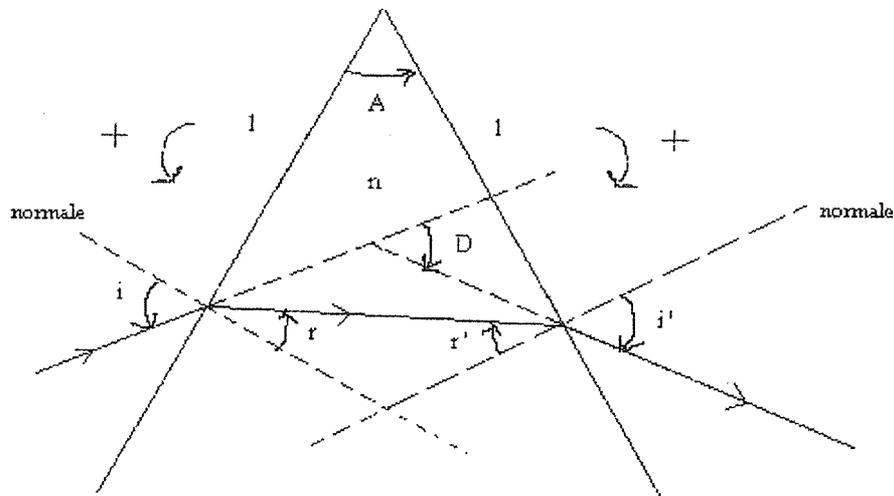
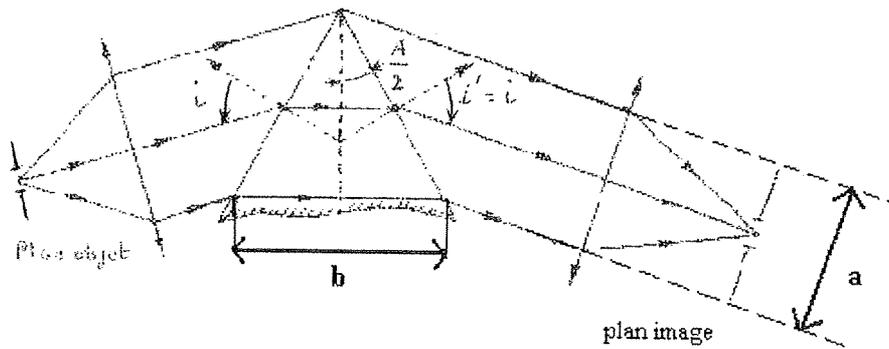


figure 2 :

Les conventions de signe sont les mêmes que précédemment.



LENTILLES MINCES EN OPTIQUE DE GAUSS.

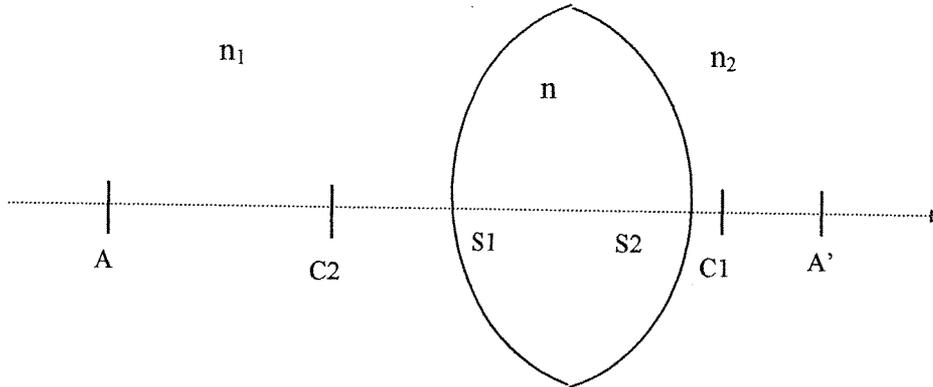
Exercice 1 : relation de conjugaison d'une lentille mince plongée dans l'air.

La lentille est constituée de deux dioptries sphériques .

Toutes les grandeurs sont algébriques.

La lentille est mince : $O \approx S1 \approx S2$ où O est le centre optique de la lentille.

On définit le rayon de courbure de la lentille $R = \overline{SC}$ qui est une grandeur algébrique.



A l'aide de la relation de conjugaison sur chaque dioptrie, trouvez la relation de conjugaison de Descartes de la lentille.

Identifiez de la vergence d'une lentille mince.

Exercice 2 : Recherche d'une image .

On considère une lentille convergente travaillant dans les conditions de Gauss, de distance focale $f' = 25\text{cm}$.

Déterminez la taille et la position de l'image $A'B'$ d'un objet AB de longueur 5cm dans les cas suivants :

AB est réel à 1m , 50cm , 10cm de la lentille.

AB est virtuel à 1m , 50cm , 10cm de la lentille.

On vérifiera à chaque fois le calcul par un tracé.

Refaire la même chose dans le cas d'une lentille divergente de focale $f' = -25\text{cm}$.

Exercice 3 : Aberrations chromatiques d'une lentille mince.

a) Une lentille plan-convexe d'indice $n = 1.52$ a pour focale $f' = 1\text{m}$; calculez son rayon de courbure R .

b) Pour $\lambda_B = 486\text{nm}$ $n_B = 1.523$ et pour $\lambda_R = 656\text{nm}$ $n_B = 1.514$
Calculez les focales correspondantes.

c) La lentille est limitée par un diaphragme de rayon R_0 ; calculez les rayons des taches rouges et bleues obtenues en plaçant un écran à la positions des foyers extrêmes.

Exercice 4 : Méthode de Bessel (focométrie).

Elle s'utilise uniquement pour les lentilles convergentes.

On fixe la distance D entre un objet réel un écran. On souhaite obtenir à l'aide d'une lentille convergente de focale f' une image de l'objet sur l'écran.

a) En utilisant les formules de conjugaison, montrez qu'il existe deux positions de la lentille pour lesquelles un objet réel admet une image réelle sur l'écran à condition que $D > 4f'$. Ces deux positions sont séparées d'une distance d

b) Montrez que l'on peut déduire la relation donnant la focale de la lentille

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

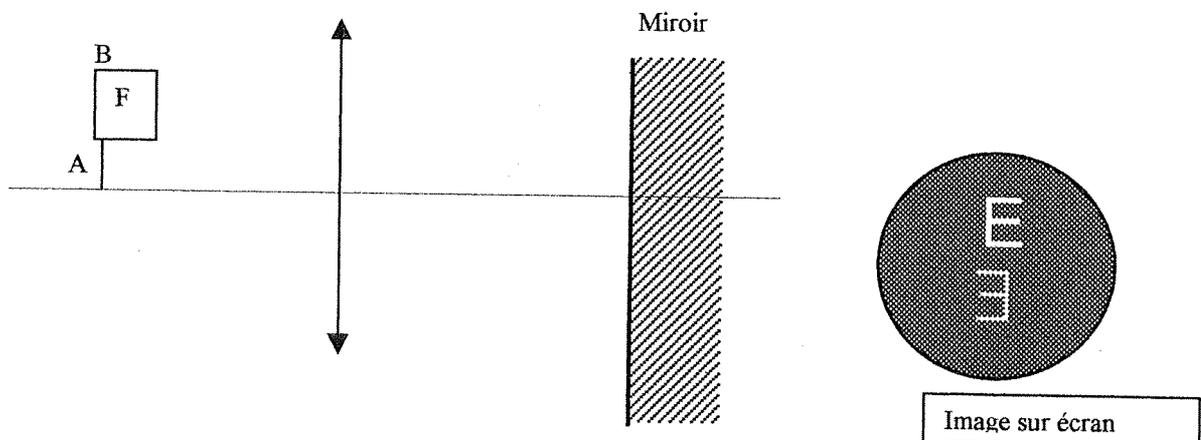
c) Dans le cas particulier où $D = 4f'$, que se passe-t-il pour le grandissement ? Comment sont disposés l'objet et l'image par rapport à la lentille ? Cette méthode qui permet aussi de mesurer aisément f' correspond à la méthode de Silberman .

Exercice 5 : Méthode d'autocollimation

Elle s'utilise uniquement pour les lentilles convergentes

On dispose un objet plan AB dans le plan focal d'une lentille. Derrière la lentille est disposé un miroir plan perpendiculaire à l'axe optique.

Tracez l'image de AB à travers le système optique et montrez que l'on obtient une image renversé de même taille que l'objet.

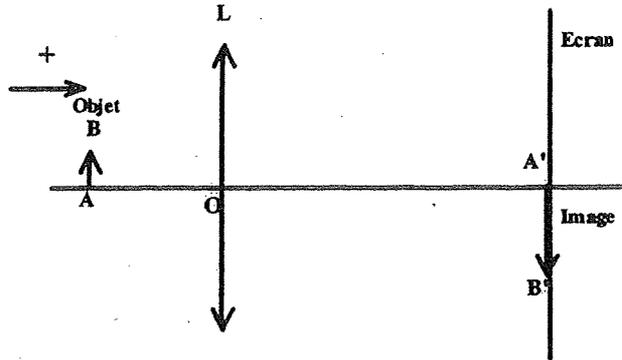


Recommencez le tracé quand le miroir tourne d'un petit angle α autour d'un axe perpendiculaire à la figure.

EXERCICE I : FOCOMETRIE DES LENTILLES MINCES.

Une lentille mince donne d'un petit objet **AB** perpendiculaire à l'axe optique principal, une image **A'B'** (voir figure ci-dessous).

1. Rappeler les conditions nécessaires à l'obtention d'une « bonne » image.
 2. Un élève se propose de déterminer la distance focale image f' d'une lentille mince convergente **L**. Cette distance sera appelée par la suite distance focale f' de la lentille.
- Le matériel disponible lui permet de réaliser l'expérience schématisée ci dessous :



Les résultats des mesures sont portés dans le tableau suivant :

OA (cm)	120	100	90	80	70	60
$\frac{1}{OA}$ (m ⁻¹)						
OA' (cm)	60	66,5	71	80	94	122
$\frac{1}{OA'}$ (m ⁻¹)						

2-1. Compléter le tableau ci dessus et construire la courbe représentative de la fonction g telle que

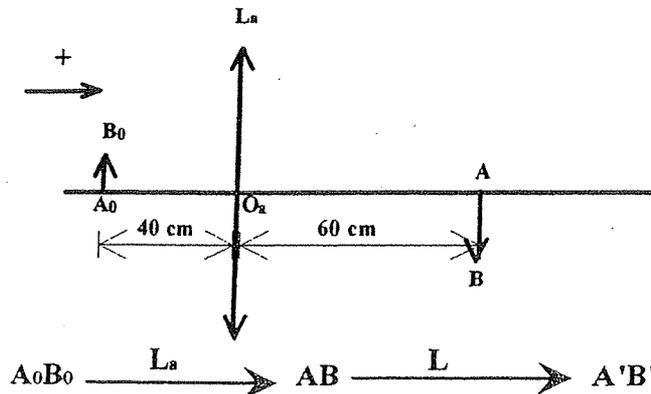
$$\frac{1}{OA'} = g\left(\frac{1}{OA}\right).$$

2-2. En déduire la distance focale de la lentille utilisée.

2-3. Le professeur propose à l'élève un montage qui permet d'élargir le domaine d'étude de la fonction

$$\frac{1}{OA'} = g\left(\frac{1}{OA}\right).$$

À cette fin, on utilise une lentille auxiliaire L_a de centre optique O_a qui permet d'obtenir une image réelle **AB** à partir d'un objet A_0B_0 puis on place la lentille **L** de centre optique **O** pour former l'image **A'B'** de **AB** (les axes optiques principaux des deux lentilles sont confondus, **AB** joue le rôle d'objet pour la lentille **L**) :



- a) Où doit-on placer la lentille L pour que AB soit un objet virtuel pour cette lentille?
 b) On prendra pour valeur de la distance focale de la lentille L, $f' = 40 \text{ cm}$. Pour un objet AB repéré par $\overline{OA} = 20 \text{ cm}$ déterminer, par le calcul, la position de l'image A'B' puis faire la construction géométrique correspondante à l'échelle $\frac{1}{4}$.

3- Distance focale d'une lentille mince divergente : méthode de BADAL

Une lentille convergente L_1 de centre optique O_1 donne d'un objet ponctuel A convenablement placé sur l'axe optique principal une image à l'infini. Pour réaliser le réglage on peut utiliser la méthode d'autocollimation.

3-1. Qu'appelle-t-on méthode d'autocollimation?

3-2. Le réglage précédent étant réalisé, une lentille convergente L_2 de distance focale $f'_2 = (25,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ est disposée à la suite de L_1 de façon telle que la distance O_1O_2 des centres optiques des lentilles soit supérieure à la distance focale f'_2 de la lentille L_2 (voir figure ① ci-dessous).

Le foyer objet F_2 de la lentille L_2 se trouve alors situé entre les points O_1 et O_2 .

Les lentilles L_1 et L_2 donnent de l'objet ponctuel A une image ponctuelle A' confondue avec le foyer image F'_2 de la lentille L_2 .

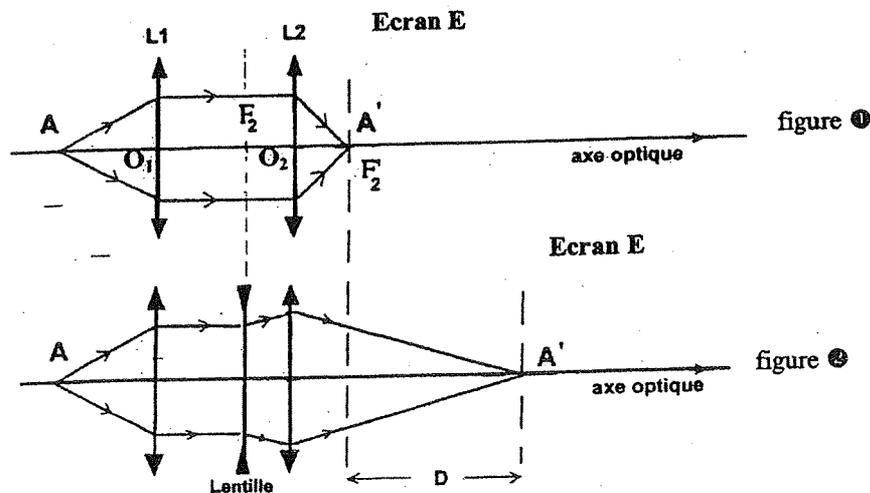
Pour déterminer la distance focale f' d'une lentille divergente on la place dans le plan focal objet de la lentille L_2 ; pour obtenir une nouvelle image nette A', il faut déplacer l'écran E d'une distance D (voir figure ②).

Trouver la relation donnant l'expression de la distance focale f' en fonction des distances f'_2 et D.

L'utilisation des relations de conjugaison établies par Newton (origine aux foyers) facilite la résolution de cette question.

3-3. On trouve $D = (44 \pm 1) \text{ cm}$,

- a) calculer la distance focale f' de la lentille divergente.
 b) estimer la précision du résultat obtenu.



Méthode de Badal (PLP2 externe 92)

B. OPTIQUE

Détermination de la distance focale de lentilles minces convergentes ou divergentes.

- B.1. Une lentille mince L_0 donne d'un point objet A une image à l'infini. Le réglage se fait par autocollimation. Décrire cette méthode.
- B.2. Une lentille convergente L_1 , de foyer objet F_1 , de distance focale $f'_1 = + (12,5 \pm 0,2)$ cm est disposée à la suite de la lentille L_0 , réglée comme dans la question B.1. ; la distance entre L_0 et L_1 est supérieure à la distance focale f'_1 et les axes des deux lentilles sont confondus (fig. B.1). L'image finale A'_1 de A est observée sur un écran E dont la position est repérée par $\overline{O_1A'_1} = x_1$. Tracer en le justifiant le trajet d'un faisceau lumineux issu de A traversant le système optique ; préciser la valeur de x_1 .

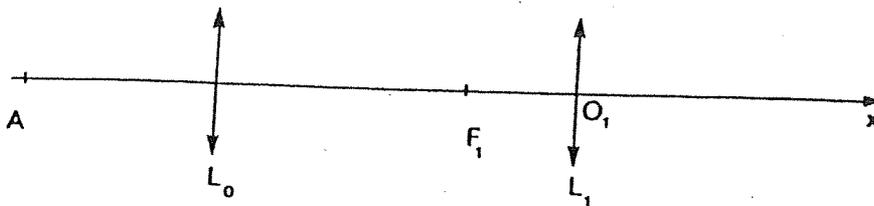


Figure B.1

- B.3. La lentille L de distance focale f' est placée dans le plan focal objet de la lentille L_1 . Pour obtenir une image nette A' de A, il faut déplacer l'écran E, sa nouvelle position est repérée par $\overline{O_1A'} = x$. On posera $X = x - x_1$, déplacement de l'écran en valeur algébrique.
- B.3.1. En utilisant la formule de conjugaison des lentilles, établir la relation entre f' , X , f'_1 .
- B.3.2. La méthode que nous venons de décrire porte le nom de méthode de Badal ; cette méthode est-elle toujours applicable ?
- B.3.3. Préciser le sens du déplacement de l'écran E suivant la nature (convergente ou divergente) de la lentille L.
- B.3.4. Des mesures faites avec deux lentilles donnent les résultats : $X_1 = - (7,8 \pm 0,4)$ cm et $X_2 = + (10,4 \pm 0,4)$ cm.
Calculer la distance focale de chaque lentille avec l'incertitude absolue et préciser le type de lentille.
- B.3.5. Définir la vergence d'une lentille. Calculer la vergence des deux lentilles précédentes.
- B.3.6. Faire une construction soignée en la justifiant du trajet d'un faisceau lumineux issu de A dans les deux cas (papier millimétré).

Exercice IV : Lentilles

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

Un élève se propose de faire quelques manipulations d'optique utilisant des lentilles. Pour cela il dispose :

- d'un banc d'optique horizontal ;
- d'un objet réel AB tel que A appartient à l'axe optique de la lentille utilisée et AB perpendiculaire à cet axe ;
- de deux supports de lentilles ;
- de trois lentilles minces :
 - L₁, convergente, de distance focale image $f_1 = \frac{100}{3}$ cm ;
 - L₂, convergente, de distance focale image f_2 inconnue ;
 - L₃, divergente, de distance focale image $f_3 = 20$ cm ;
- d'un écran opaque perpendiculaire au banc d'optique et à l'axe optique de la lentille utilisée.

IV.A. L'élève utilise la lentille L₁.

IV.A.1. Calculer la vergence de L₁.

IV.A.2. Tracer le rayon émergent de la lentille correspondant à un rayon incident :

- IV.A.2.a. passant par le centre optique ;
- IV.A.2.b. passant par le foyer principal objet de la lentille ;
- IV.A.2.c. parallèle à l'axe optique de la lentille.

IV.A. 3. La lentille L₁ est placée à 50 cm de l'objet AB de hauteur $h = 1$ cm.

- IV.A. 3.a. Déterminer la position, la nature et la taille de l'image A'B' de l'objet AB dans la lentille L₁.
- IV.A. 3.b. Faire la construction de l'image A'B' sur la figure 1 de l'annexe. Retrouver les résultats de

la question précédente.

IV.A. 3.c. Si l'objet AB est la lettre « d », que voit-on sur l'écran ? Justifier.

IV.A. 4. Sans rien modifier des positions précédentes, l'élève fait tourner la lentille et son support autour d'un axe vertical passant par le centre optique de la lentille ; il constate que l'image A'B' devient floue :

- IV.A. 4. a. Quelle première condition d'obtention de bonnes images n'est pas alors respectée ?
- IV.A. 4. b. Quelle est l'autre condition d'obtention de bonnes images. Comment pourrait on vérifier

expérimentalement cette condition ?

IV.A. 4. c. Comment sont appelées ces deux conditions ?

IV.B. L'élève utilise maintenant la lentille L_2 , convergente, de distance focale image f_2 inconnue. L'écran étant placé à la distance $D = 1,60$ m de l'objet AB, il déplace la lentille L_2 jusqu'à obtenir une image réelle $A'B'$ sur l'écran ; il constate que l'image est renversée et trois fois plus grande que l'objet. Le but est de déterminer la distance focale image f_2 de L_2

IV.B.1. Détermination graphique :

IV.B.1.1. Pourquoi peut-on affirmer que le centre optique O_2 de la lentille appartient au segment AA' ?

IV.B.1.2. En utilisant la figure 2 de l'annexe :

IV.B.1.2.a trouver la position du centre optique de la lentille

IV.B.1.2.b trouver la position du foyer principal image F'_2 de la lentille

IV.B.1.2.c en déduire la distance focale image f_2 de la lentille.

IV.B.2. Détermination par le calcul.

IV.B.2.1. A partir de la formule de grandissement, de la formule de conjugaison de Descartes et de la distance $AA' = D$, trouver 3 équations vérifiées par $\overline{O_2A}$ et $\overline{O_2A'}$.

IV.B.2.2. en déduire la distance focale image f_2 de la lentille.

IV.B.3. Montrer qu'il existe une autre position de la lentille qui donne de l'objet AB une image $A'B'$ sur l'écran situé à 1,6 m de AB. Donner alors la distance de l'objet à la lentille ainsi que le grandissement transversal (on peut résoudre cette question sans aucun calcul).

IV.C. Pour terminer, l'élève utilise les lentilles L_1 et L_3 pour réaliser un système afocal. Pour cela il place les deux lentilles de telle façon que leurs axes optiques soient confondus, la lumière traversant d'abord la lentille L_3 puis la lentille L_1 .

IV.C.1.

IV.C.1.1. Qu'est-ce qu'un système afocal ?

IV.C.1.2. Soit un rayon incident sur L_3 parallèle à l'axe optique ; quelle est la direction du rayon émergent de L_3 ?

IV.C.1.3. Le rayon émergent de L_1 étant parallèle à l'axe optique, quelle est la direction du rayon incident sur L_1 ?

IV.C.1.4. Rassembler ces résultats en traçant sur la figure 3 de l'annexe (qu'il faudra compléter), la marche d'un faisceau cylindrique de rayon R et dont l'axe est l'axe optique du système afocal.

IV.C.1.5. En déduire la distance séparant les deux lentilles.

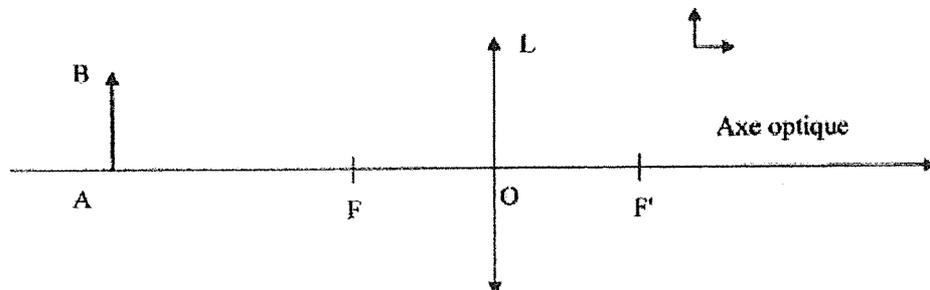
IV.C.1.6. Calculer le rayon R' du faisceau cylindrique émergent. Faire l'application numérique avec $R = 1$ cm. Quel intérêt peut présenter un tel montage ?

IV.C.2. Montrer que ce système afocal donne d'un objet AB une image dont la taille ne dépend pas de la position de l'objet (la réponse à cette question ne nécessite pas obligatoirement des calculs). Calculer alors le grandissement transversal γ .

B.1 : Propriétés des lentilles minces

B.1-1 : Rappeler la définition du stigmatisme, de l'aplanétisme ainsi que les conditions de Gauss. Connaissez-vous un système optique qui soit rigoureusement stigmatique pour tout couple de points (A, A') ?

B.1-2 : Soit L une lentille mince convergente de distance focale image $\overline{OF'} = f'$. Soit un objet AB normal à l'axe optique. Après avoir recopié le schéma ci-dessous, tracer 2 rayons issus de B (l'un parallèle à l'axe optique et l'autre passant par le centre optique O) et placer l'image $A'B'$ de AB .

**B.1-3 : Relation de conjugaison**

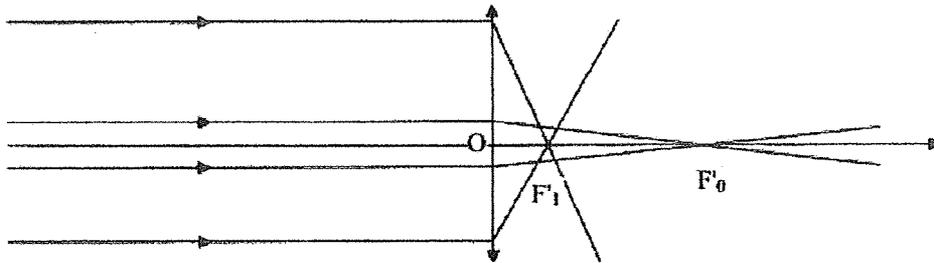
B.1-3-a : Définir le grandissement (transversal) algébrique γ d'un système optique. Exprimer le grandissement γ de deux manières différentes à l'aide des rayons tracés précédemment.

B.1-3-b : Etablir la relation de conjugaison en prenant pour origine le centre optique O de la lentille mince.

B.1-3-c : Justifier l'argumentation de Fresnel selon laquelle la source lumineuse doit être placée au foyer (objet F) de la lentille pour que le faisceau émergent soit visible à grande distance.

B.1-4 : L'expérience montre, que hors conditions de Gauss, une lentille mince n'est plus stigmatique. Ceci se traduit, entre autres, par le fait qu'un large faisceau incident de lumière parallèle ne focalise pas au foyer image F' de la lentille. Les rayons périphériques focalisent plus près du centre optique (F'_1) que les rayons qui respectent les conditions de Gauss qui focalisent en (F'_0) :

Tournez la page S.V.P.



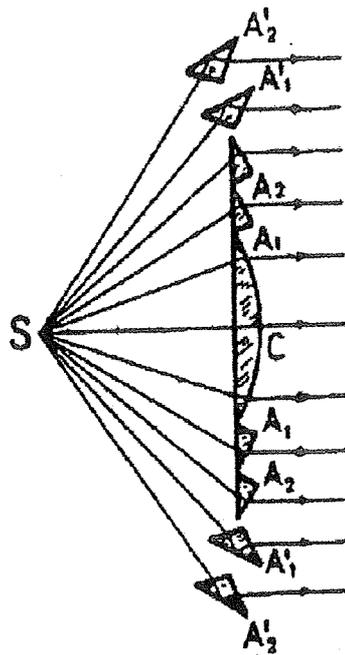
B.1-4-a : Les lentilles utilisées dans les phares sont des lentilles plan-convexe dont la vergence a pour expression $\nu = \frac{1}{OF'} = \frac{n-1}{R}$ avec n indice de la lentille et R rayon de courbure du dioptre sphérique. Soit R_0 le rayon de courbure du dioptre de focale $f'_0 = OF'_0$ satisfaisant aux conditions de Gauss, soit R_1 le rayon de courbure qu'il faudrait donner au bord de la lentille pour qu'elle soit stigmatique. Que peut-on dire de R_1 par rapport à R_0 ?

B.1-4-b : Supposons que nous tronquions toute la périphérie de la lentille mince non stigmatique, et que nous rajoutions cette seconde lentille de rayon R_1 , quelle serait l'allure de cette lentille ?

B.1-4-c : Tracer l'allure du faisceau émis par une source ponctuelle placée au foyer F de la lentille stigmatique équivalente.

B-2 : Lentilles de Fresnel

La lentille de Fresnel est constituée, au centre, d'une lentille plan-convexe C dont l'ouverture est limitée de façon que les aberrations géométriques soient négligeables. Autour de C , un premier anneau A_1 , dit dioptrique, tel que les rayons émergents qu'il fournit soient parallèles à l'axe optique du système (c'est une portion d'une lentille qui serait moins convergente que C pour les rayons centraux, cf B-1.4). Autour de A_1 , un deuxième anneau A_2 satisfaisant à la même condition, puis un troisième anneau A_3 ... Mais quand l'incidence sur la face plane augmente, il en est de même du pouvoir réflecteur sur cette face : la perte de lumière qui en résulte deviendrait inacceptable pour de trop grands anneaux dioptriques. On les remplace en A_1' , A_2' par des anneaux circulaires catadioptriques, qui fonctionnent comme des prismes à réflexion totale annulaires, et dont l'orientation est encore telle que chacun renvoie la lumière incidente parallèlement à l'axe optique. Dans cette partie, nous allons étudier les propriétés optiques des anneaux dioptriques et catadioptriques.



B.2-1 : Décrire en quelques lignes (10 lignes maximum), la nature des travaux de Augustin Fresnel (modèle, intérêt, limites...que vous replacerez dans le contexte historique).

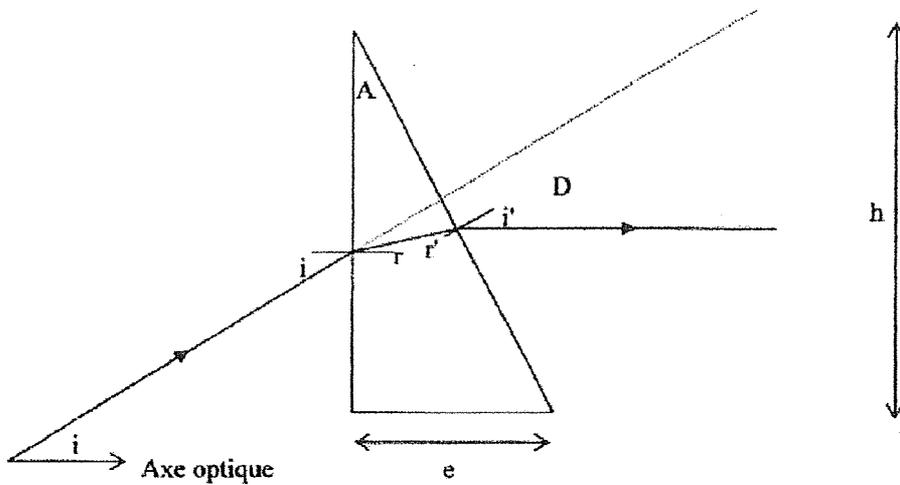
B.2-2 : On modélise chaque anneau dioptrique par un prisme d'indice n et d'angle au sommet A . Soit un rayon lumineux arrivant sous un angle d'incidence i sur un des prismes de la lentille, on appelle D sa déviation. Justifier les 4 relations données ci-dessous :

(1) : $\sin i = n \cdot \sin r$

(2) : $\sin i' = n \cdot \sin r'$

(3) : $A = r + r'$

(4) : $D = i + i' - A$



Tournez la page S.V.P.

- B.2-3 : On souhaite que le rayon émergent soit parallèle à l'axe optique de la lentille.
 B.2-3-a : Quelle relation existe-t-il entre la déviation D et l'angle d'incidence i ?
 B.2-3-b : A l'aide des relations données en B.2-2, exprimer $\sin i$ en fonction de A et de n .
 B.2-3-c : Recopier et compléter le tableau ci-dessous pour $n = 1,7$.

A	15°	20°	25°	30°	35°
i					
tan A					
tan i					

B.2-3-d : Tracer la courbe $\tan A = f(\tan i)$. On constate que $\tan A$ est une fonction affine de $\tan i$. Soit β son coefficient directeur, déterminer β .

B.2-4 : Allure des anneaux dioptriques

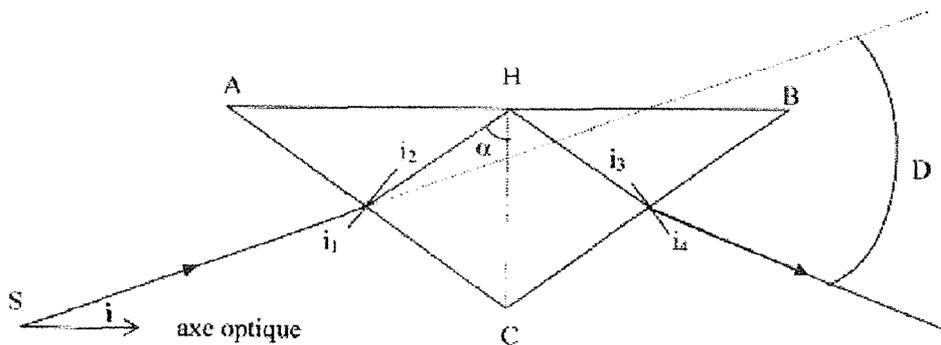
B.2-4-a : Sachant que toutes les bases des prismes ont la même longueur e (largeur au centre de la lentille), on appelle h la hauteur du prisme, exprimer h en fonction de e , de β et de $\tan i$.

B.2-4-b : Supposons que l'épaisseur au centre de la lentille soit $e = 10$ cm, l'angle d'incidence moyen sur le premier prisme est $i = 15^\circ$, déterminer A_1 et h_1 .

B.2-4-c : Comment varient A et h quand i augmente ?

B.2-5 : En général, une lentille de Fresnel est constituée de 5 à 6 anneaux dioptriques, et de 10 à 15 anneaux catadioptriques pour des angles d'incidence i supérieurs à 35° . Les anneaux catadioptriques, sont modélisés par des prismes dont la base ABC est constituée d'un triangle isocèle d'angle au sommet égal à 110° .

Considérons l'un de ces prismes pour lequel AB est parallèle à l'axe optique de la lentille (son angle en C est égal à 110°), placé dans l'air. L'indice du verre est $n = 1,7$.



B.2-5-a : Déterminer l'expression de l'angle limite, noté α , en H , point d'incidence du rayon sur AB . A quelle condition sur α y a-t-il réflexion totale en H ?

B.2-5-b : La déviation imposée par le prisme peut s'écrire :
 $D = \pi - 2\alpha - [(i_1 - i_2) + (i_4 - i_3)]$. Justifier cette expression.

B.2-5-c : Dans toute la suite, on suppose que $AH = \frac{AB}{2}$

- 1) Quelle relation existe-t-il entre i_1 et i_4 ? Entre i_2 et i_3 ?
- 2) Soit i l'angle d'incidence du rayon par rapport à l'axe optique de la lentille de Fresnel, à quelle condition le rayon émergent est-il parallèle à l'axe optique ?
- 3) En établissant des relations entre les angles, déterminer l'angle i pour lequel le rayon émergent est parallèle à l'axe optique. Commenter cette valeur compte tenu du fait que i doit être supérieur à 35° .
- 4) De quel angle, et dans quel sens, faut-il tourner le prisme dans le plan pour que le rayon émergent soit parallèle à l'axe optique si l'angle d'incidence est $i = 40^\circ$ (on supposera l'hypothèse $AH = \frac{AB}{2}$ toujours vérifiée) ?

Le 20 août 1822, une lentille de Fresnel construite par l'opticien Soleil, est placée sur l'arc de Triomphe. Les membres de la commission des Phares se rendent à Notre Dame de Montmélian (à environ 32 km) pour en observer les éclats.... Un an plus tard, cette lentille est installée sur le phare de Cordouan. Après 2 siècles, aucune optique ne rivalise avec les lentilles de Fresnel. Les phares automobiles, les dépolis de mise au point des appareils photographiques à visée réflexe dérivent de ce principe.

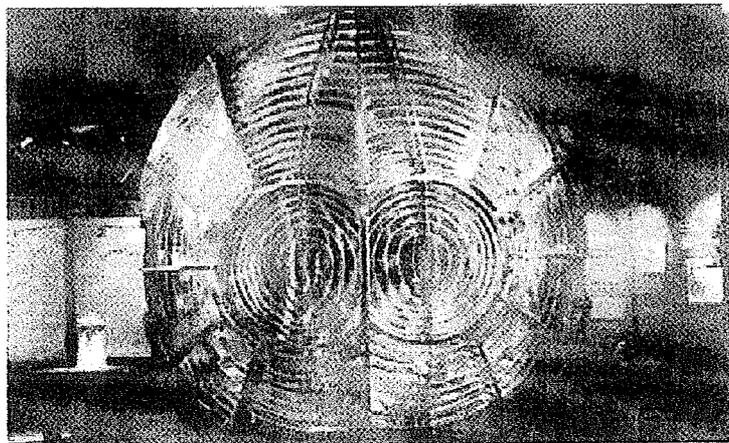
B.2-6 : Portée d'un phare

La portée des phares est limitée par la rotondité de la Terre.

B.2-6-a : Déterminer la distance D maximale de vision d'un phare d'une hauteur H . A quelle distance peut-on voir le phare de Cordouan, dont l'optique culmine à 60,3 mètres ? Données : Rayon terrestre moyen $R_T = 6380$ km.

B.2-6-b : La portée d'un phare est également limitée par l'absorption atmosphérique. Justifier l'utilisation de feux blancs ou rouges (mais pas bleus...) pour les feux de grandes portées.

Lentille de Fresnel (distance focale $f' = 70$ cm), musée des Phares et Balises à Ouessant :



Travaux internes 93

Utilisations d'une loupe

Une loupe de philatéliste est assimilable à une lentille mince convergente de distance focale f .

1. Utilisation normale de la loupe.

L'utilisateur est jeune et possède une vue « normale » c'est-à-dire qu'il voit à l'infini sans accommoder (œil au repos) et jusqu'à la distance minimale D_m en accommodant au maximum.

On définit le grossissement personnel de cette loupe pour cet utilisateur par le rapport d'angles $G_u = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ avec :

α_2 = angle sous lequel est vue l'image de l'objet observé au travers de la loupe (on suppose l'œil placé directement derrière la loupe) ;

α_1 = angle sous lequel est vu l'objet à l'œil nu à la distance D_m .

1.1. Calculer G_u si l'observateur observe à travers la loupe sans accommoder.

1.2. Calculer G'_u si l'observateur observe en accommodant au maximum.

Faire dans ce dernier cas un schéma à l'échelle 1/1 avec un objet AB de 1 cm, perpendiculaire à l'axe optique (A appartenant à l'axe). Préciser les abscisses de l'objet et de l'image A' B' (on suppose que l'œil est collé contre la loupe !)

Applications numériques : $f = 2,0$ cm ; $D_m = 15$ cm.

2. Utilisation par un observateur myope.

On considère un observateur jeune mais myope ; son intervalle de vision nette est maintenant [25 cm ; 9,4 cm] ; calculer le grossissement personnel G''_u pour ce myope en supposant qu'il observe avec la loupe sans accommoder (et sans lunettes !).

Comparer à G_u . Le résultat vous semble-t-il naturel ?

3. Projection sur un écran.

On utilise cette loupe pour projeter l'image d'un timbre rectangulaire (fortement éclairé !) de dimensions $a \times b$. On obtient sur un écran une image de taille $4a \times 4b$. Calculer les positions de l'objet et de l'écran par rapport à la lentille. Contrôler par un schéma soigné.

Application numérique : $a = 15$ mm ; $b = 25$ mm.

4. Réalisation d'une petite lunette astronomique.

On utilise enfin cette loupe pour observer non plus l'image d'un objet concret tel qu'un timbre mais l'image réelle d'un objet éloigné donnée par une lentille de focale $f_0 = 50$ cm (objectif).

La taille de l'objet éloigné est mesurée par l'angle α_0 sous lequel il est vu à l'œil nu.

4.1. Préciser le grossissement global de cette lunette dans les conditions du paragraphe 1.1.

4.2. L'image définitive est-elle droite ou renversée ?

4.3. Donner la distance qui doit alors séparer les deux lentilles minces.

Appareil photographique.

On assimile l'objectif d'un appareil photographique à une lentille mince convergente (L) de distance focale $f=50\text{mm}$, d'axe principal (x'x) et de centre optique O. La pellicule représente l'écran E de ce système.

II.A. L'appareil est d'abord mis au point sur un objet très éloigné.
Où se situe la pellicule par rapport à l'objectif ?

II.B. Sur un schéma de l'annexe 1 où les dimensions ne sont pas respectées :

II.B.1. Représenter la lentille L.

II.B.2. Construire l'image A'B' de l'objet AB sur l'écran E.

II.B.3. Construire le foyer principal image qu'on appellera F' ; en déduire la position du foyer principal objet qu'on appellera F.

II.C. Sur la partie quadrillée de l'annexe 1, réaliser la construction, en utilisant des échelles convenables, dans le cas où :

l'objet est un disque de diamètre $D=10\text{cm}$, d'axe confondu avec l'axe principal de la lentille, et situé à 30 cm de la lentille ; l'image se forme sur la pellicule.

II.D. On désire, avec cet appareil, photographier un tableau situé à 2,55m devant l'objectif. Le nombre d'ouverture du diaphragme est $N = 8$. On rappelle que le nombre d'ouverture N du diaphragme est égal au rapport de la distance focale de l'objectif au diamètre du diaphragme.

II.D.1. A quelle distance de l'objet doit-on placer la pellicule pour que s'y forme une image nette du tableau ?

II.D.2. Les dimensions de la pellicule sont : $24\text{mm} \times 36\text{mm}$; quelles doivent être les dimensions maximales du tableau pour qu'on en obtienne une image complète ?

II.D.3. Déterminer la profondeur de champ de l'appareil photographique. On admettra qu'un point est vu nettement à condition que le diamètre de la tache lumineuse qu'il forme sur la pellicule soit inférieure à $30 \mu\text{m}$.

II.D.4. Que devient cette profondeur de champ si on utilise un nombre d'ouverture du diaphragme égal à 4 ?

II.D.5. En déduire l'influence de l'ouverture du diaphragme sur la profondeur de champ.

Annexe I
(à rendre avec la copie)

Écran
(E)



Figure 1

OPTIQUE 35 points

1 Modélisation d'un microscope

- 1.1 On modélise un microscope par 2 lentilles convergentes comme représenté sur l'annexe N°1, **qui sera rendue avec la copie**. L'objet AB mesure 2,5 mm ; il est placé à gauche de l'objectif, à 15 cm ; la distance focale de l'objectif est de 12,5 cm et celle de l'oculaire 25,0 cm. On appelle F_{ob} et F'_{ob} les foyers de l'objectif et F_{oc} et F'_{oc} ceux de l'oculaire. Déterminer par le calcul, la nature, la dimension et la position de l'image A_1B_1 donnée par l'objectif de AB.
- 1.2 La distance interfoyers ou intervalle optique Δ vaut 62,5 cm. Voir annexe N°1. Déterminer par le calcul la nature, la dimension et la position de l'image définitive $A'B'$ de A_1B_1 , donnée par l'oculaire.
- 1.3 Retrouver les résultats de 1.1 et 1.2 par une méthode graphique sur l'annexe N°1.
- 1.4 Le dispositif restant réglé comme sur le schéma de l'annexe N°1 (en particulier $\Delta = \text{constante}$), on rapproche l'objet AB de 1, 2, puis 3 mm. La distance O_1A ne vaut plus alors respectivement que 14,9 cm, 14,8 cm et 14,7 cm. Pour chacun de ces trois cas, calculer la distance O_2A_1 .
- 1.5 En déduire la distance O_2A' séparant l'image définitive $A'B'$ de l'oculaire, dans ces trois cas. Conclure quant à l'influence d'un petit déplacement de l'objet par rapport à l'objectif.
- 1.6 Construire sur le schéma de l'annexe N°1, avec une autre couleur que celle utilisée au 1.3, la marche des rayons, l'image intermédiaire A_1B_1 et l'image définitive $A'B'$ dans le cas où AB s'est rapproché de 2 mm.
- 1.7 Dans les trois cas mentionnés ci-dessus, l'œil (appliqué à l'oculaire) doit-il accommoder ? Si oui quel est le cas où l'accommodation doit être la plus forte ? Justifier votre réponse en utilisant la formule de conjugaison des lentilles.

2 Latitude de mise au point

- 2.1 Par définition, la latitude de mise au point d'un microscope est l'intervalle des positions donnant une image nette d'un objet fixe. Le calcul de cette grandeur nécessite de connaître la position des objets et des images à 0,1 μm près. Considérons un microscope dont l'intervalle optique Δ vaut 15,0 cm, la distance focale de l'objectif 5 mm et celle de l'oculaire 25 mm. Soit un œil normal (punctum remotum à l'infini) placé au foyer image de l'oculaire. En accommodant au maximum cet œil peut voir des objets situés à 15 cm de lui. Calculer, par rapport à l'objectif, la position de l'objet correspondant à une image $A'B'$ rejetée à l'infini.

2.2 Déterminer la position de l'image $A'B'$ vue par l'œil normal lorsqu'il accommode au maximum. Calculer la position de A_1B_1 correspondante. En déduire la position de AB par rapport à l'objectif dans ce cas.

2.3 Que vaut dans ces conditions la latitude de mise au point de ce microscope ?

NB : vous disposez de 2 exemplaires de l'annexe N°1 : l'un pour brouillon, l'autre à rendre avec la copie

EXERCICE 2 : Observation de phénomènes optiques naturels**A- Observation d'une étoile double à l'aide d'un télescope**

On considère un télescope, assimilable à l'association d'une lunette astronomique dont l'*objectif* est une lentille convergente L_1 de centre optique O_1 , de distance focale image $f_{1v} = 25,0 \text{ m}$ et de diamètre d'ouverture D , et d'un *oculaire* représenté par une lentille convergente L_2 de centre optique O_2 , de distance focale image $f_{2v} = 2,50 \text{ cm}$. On observe un objet à l'infini (une étoile). L_2 est disposée de telle façon que l'ensemble (objectif + oculaire) donne de l'objet à l'infini une image à l'infini.

A.1. Quel est l'intérêt d'un tel réglage pour l'œil de l'observateur ?

A.2. Déterminer $\overline{O_1O_2}$, et placer L_2 , O_2 , les foyers principaux (objet et image) de L_1 et L_2 sur la figure 3 de l'annexe (à rendre avec la copie). Représenter également en pointillés les traces des quatre plans focaux.

A.3. On observe avec ce télescope une étoile-double assimilable à deux sources ponctuelles A_1 et A_2 , d'écart angulaire ε tel que $|\varepsilon| = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$ (étoile-double Sirius de la constellation du « Grand Chien »).

- Sur la figure 3, le rayon 1 provient de A_1 , le rayon 2 provient de A_2 . Compléter le tracé de chaque rayon au-delà de L_1 et de L_2 .
- Où sont situés B_1 et B_2 , points images par L_1 de A_1 et A_2 ? Les représenter sur la figure 3.
- Déterminer la distance de B_1 à B_2 , qu'on notera B_1B_2 , en fonction de ε et f_{1v} .
On rappelle que si un angle α , exprimé en radians, est tel que $\alpha \ll 1$, alors $\tan(\alpha) \approx \alpha$.
Faire l'application numérique.
- Soit ε' l'angle entre l'axe optique et le rayon 2 émergeant après L_2 . Représenter cet angle sur la figure 3. En utilisant le triangle $B_1B_2O_2$, déterminer littéralement puis numériquement ε' et le grandissement angulaire G_a de ce télescope.
- L'œil ne peut pas distinguer des détails dont l'écart angulaire est inférieur à une valeur limite $\alpha_{\min} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$. Les deux composantes de Sirius sont-elles vues séparées à l'œil nu ? A l'œil placé derrière l'oculaire du télescope ?

A.4. L'ensemble (oculaire + œil) est maintenant remplacé par un capteur de lumière disposé dans le plan focal image de L_1 . Pour simplifier, on suppose que sa capacité à distinguer les détails est, contrairement à l'œil, illimitée.

- Lorsqu'on observe un ciel étoilé, on constate que les étoiles scintillent. A quoi est dû ce phénomène ?
Pour la suite, on considérera que la scintillation, dans les meilleures conditions, transforme un point image en une tache circulaire dont le diamètre minimum est $d_{\min} = 1,0 \cdot 10^{-6} f_{1v}$.
- Dans l'étude précédente, on n'a pas tenu compte du phénomène de diffraction, qui a pour effet de remplacer le point image B_1 par une *tache de diffraction* circulaire de centre B_1 et

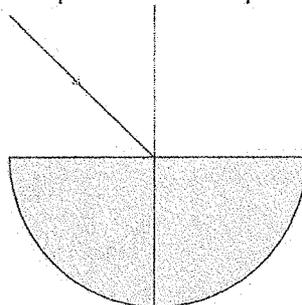
de diamètre $d_1 = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot f_1$, (de même pour B_2). On rappelle que D est le diamètre d'ouverture de L_1 . Pour $\lambda = 0,55 \mu m$, déterminer à quelle inégalité doit satisfaire D pour que la diffraction ne perturbe pas la formation des images davantage que ne le fait le phénomène de scintillation. Faire l'application numérique.

- En supposant satisfaite la condition de 4.b, déterminer la valeur numérique de ε_{\min} : écart angulaire minimum que le télescope peut séparer. On appliquera ici le critère de Rayleigh : les deux images sont séparées si le centre B_2 de la deuxième tache est situé à l'extérieur de la 1^{ère} tache centrée sur B_1 .
- Les grands télescopes employés aujourd'hui ont une ouverture de plusieurs mètres. Quelle est l'utilité de telles dimensions ?
- Quel est l'intérêt d'embarquer un télescope sur un satellite artificiel orbitant autour de la Terre ? On donnera deux raisons.

B- Arc-en-ciel

B.I- Propagation de la lumière blanche dans un milieu réfringent

On envoie un mince faisceau de lumière jaune au centre de la face plane d'un héli-cylindre de plexiglas sous l'incidence $i = 75^\circ$ (ce matériel est classiquement utilisé par les élèves de lycée).



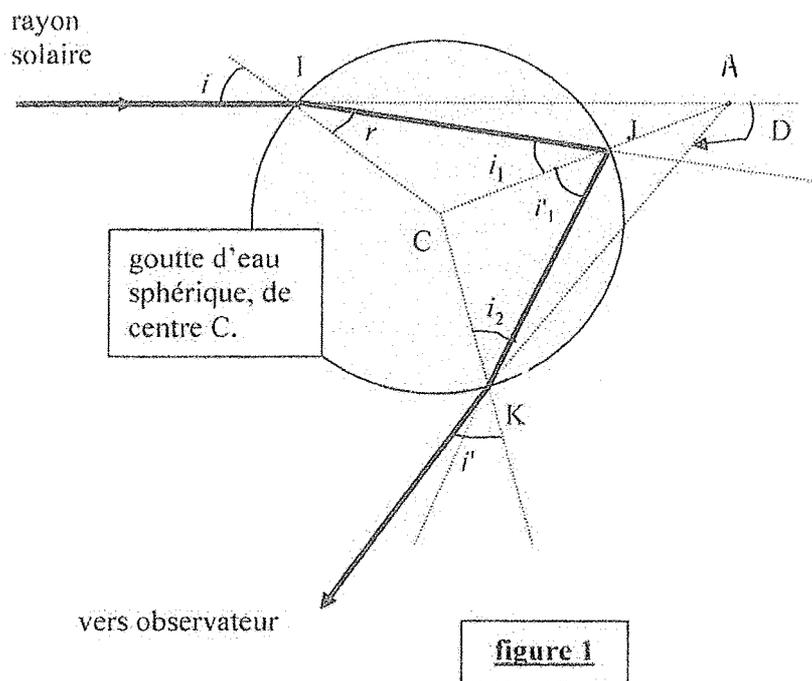
B.I.1. Énoncer les lois de Descartes pour la réfraction et la réflexion sur l'interface air-plexiglas d'indice n ; on reproduira sur la copie le schéma ci-dessus (où la valeur de i n'a pas été respectée), et on y reportera toutes les notations employées, ainsi que le tracé complet des rayons observables.

B.I.2. On fait arriver, sur l'héli-cylindre un mince faisceau de lumière blanche ($i = 75^\circ$). On constate un étalement spectral de la lumière réfractée. Comment nomme-t-on ce phénomène ? Comment l'explique-t-on ?

B.II- Arc-en ciel-primaire

L'arc-en-ciel résulte de réfractons et réflexion(s) de la lumière dans des gouttes d'eau en suspension dans l'air. Les gouttes sont supposées sphériques. On notera $n(\lambda)$ l'indice de l'eau associée à une lumière monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide, et la valeur de l'indice de l'air sera prise égale à 1,000 (quelle que soit λ).

On étudie la marche d'un rayon monochromatique de longueur d'onde λ . Elle est décrite par la figure 1, où les angles utiles ne sont pas nécessairement représentés avec leur véritable valeur. I, J, K sont les trois points d'incidence appartenant à la sphère interface air-eau.



B.II.1. Quel est l'angle formé par les droites (CI), (CJ) et (CK) avec l'interface air-eau (d'une goutte) ? Le repérage angulaire proposé dans la figure 1 est-il pertinent pour l'application des lois de Descartes ?

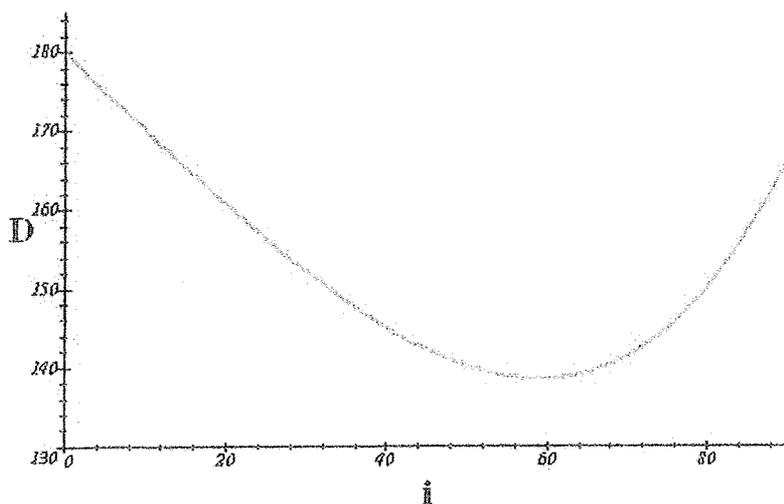
B.II.2. En s'aidant notamment de considérations géométriques simples, donner les relations liant i_1 et i_2 à r .

B.II.3. Quelle est la relation entre i et r ? Entre i' et i ?

B.II.4. Montrer que la déviation totale D du rayon vérifie : $D = 180 + 2i - 4r$ (avec D , i , r exprimés en degrés).

B.II.5. La variation de D en fonction de i est donnée graphiquement ci-dessous, pour une des longueurs d'onde λ du domaine visible (D et i en degrés) :

figure 2



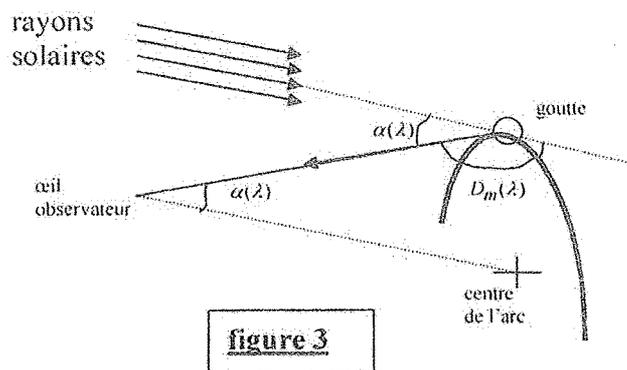
A l'aide de cette courbe, expliquer pourquoi on peut parler d'*accumulation de lumière* pour D voisin d'une valeur $D_m(\lambda)$ dont on estimera la valeur. Quelle est la valeur $i_m(\lambda)$ associée ?

On démontre que $i_m(\lambda)$ obéit à l'équation : $\sin^2[i_m(\lambda)] = \frac{1}{3}(4 - n^2(\lambda))$. Du fait de l'*accumulation de lumière* constatée au voisinage de $D_m(\lambda)$, on considérera désormais que seule l'incidence $i_m(\lambda)$ contribue à l'observation de l'arc-en-ciel (pour la couleur correspondant à λ).

B.II.6. On considère maintenant deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 (correspondant à deux couleurs dans l'arc en ciel) pour lesquelles l'indice de l'eau vaut respectivement 1,330 et 1,344. On admet la loi de Cauchy selon laquelle : $n(\lambda) = n_0 + \frac{C}{\lambda^2}$, où n_0 et C sont deux constantes positives.

En déduire laquelle de ces deux longueurs d'onde est la plus proche de la limite *rouge* du spectre de la lumière visible.

B.II.7. L'arc-en-ciel est une superposition d'une infinité d'arcs de cercle, dont chacun correspond à une longueur d'onde du spectre de la lumière visible. La figure 3 montre l'arc de cercle observé pour une longueur d'onde λ . On note $\alpha(\lambda)$ l'angle formé entre la droite joignant l'œil de l'observateur au centre de l'arc et le rayon émergent d'une goutte.



- Donner la relation entre $\alpha(\lambda)$ et $D_m(\lambda)$.
- Le tableau qui suit est reproduit en **annexe, tableau 1** : le compléter ; $r_m(\lambda)$ est la valeur de r correspondant à la valeur $i_m(\lambda)$ de i ; on utilisera les indications données en 5. On exprimera toutes les valeurs d'angles en degrés.

λ	$n(\lambda)$	$i_m(\lambda)$	$r_m(\lambda)$	$D_m(\lambda)$	$\alpha(\lambda)$
λ_1	1,330				
λ_2	1,344				

- c) On parle souvent d'« arc-en-ciel primaire à 42° ». Justifier cette appellation.
- d) Décrire l'aspect de l'arc-en-ciel primaire en précisant la position relative des arcs de cercle correspondant aux valeurs extrêmes des longueurs d'onde du spectre visible, dont on indiquera un ordre de grandeur ainsi que la couleur correspondante.

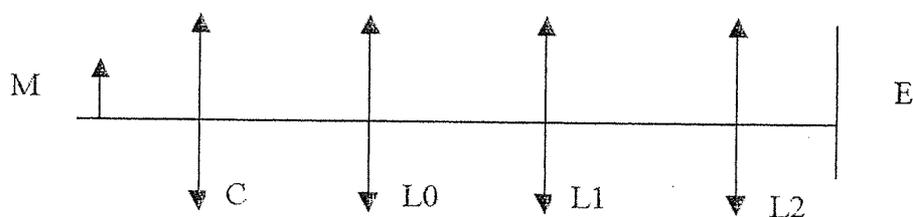
PARTIE OPTIQUE

Première partie : Etude d'une lunette.

Une petite lunette astronomique afocale est constituée d'un objectif L_0 assimilé à une lentille mince convergente, de distance focale $f'_0 = 320$ mm, de diamètre d'ouverture $2R_0 = 30$ mm et d'un oculaire L_1 de focale $f'_1 = 40$ mm et de diamètre d'ouverture $2R_1 = 20$ mm.

1. Définir le grossissement de la lunette. A l'aide d'un schéma, de principe, établir la formule donnant ce grossissement puis le calculer. L'image est-elle droite ou renversée ?
2. Un faisceau issu d'un point à l'infini sur l'axe éclaire la lunette en recouvrant totalement l'objectif. Tracez son parcours dans la lunette. Est-il totalement transmis à l'œil de l'observateur ? Si c'est le cas on dit que l'objectif est le diaphragme d'ouverture car c'est lui qui limite le flux lumineux capté et transmis par la lunette.
3. Quelle doit être la relation entre R_0 , R_1 , f'_0 et f'_1 pour qu'il en soit ainsi ?
4. Dans ce cas, tout le flux entrant dans la lunette en s'appuyant sur les bords de l'objectif va ressortir par le conjugué de cette monture à travers L_1 . Situez ce conjugué et calculez sa taille.
5. Pourquoi appelle-t-on ce conjugué le cercle oculaire ?
6. Mesure du grossissement.

Afin de vérifier la valeur du grossissement trouvée précédemment, on réalise le montage suivant :



- (M) est un micromètre objet gradué en mm et placé dans le plan focal objet de (C)
 (C) est un collimateur réglé, de distance focale $f'_c = 500$ mm.
 (L2) est une lentille de vergence $C_2 = 5$ dioptries qui projette l'image de (M) sur un écran (E).

On constate que 25 mm du micromètre objet M se conjuguent à travers l'ensemble (C), lunette, (L2) en une image de 81 mm sur (E)

- a) Exprimer le grossissement de la lunette en fonction du grandissement transversal de montage, de f'_2 et de f'_c (schéma et tracé des rayons à l'appui).
- b) Calculer la valeur du grossissement. Cette valeur est-elle en accord avec celle trouvée à la question ?